Debreceni Egyetem
Természettudományi és Technológiai Kar
Matematikai Intézet

OKLEVÉLKÖVETELMÉNYEK

MATEMATIKA
ALAPKÉPZÉSI SZAK
(2019 kezdéssel)

Matematika alapszak

Az alapképzési szak megnevezése: *matematika (Mathematics)*
Szakfelelős: *Dr. Gát György egyetemi tanár*

Szerezhető végzettségi szint és szakképzettség oklevélben szereplő megjelölése:
Végzettségi szint: *alapfokozat (BSc)*
Szakképzettség: *matematikus (Mathematician)*

Képesítési követelmények

1. Összesen 180 kredit megszerzése az alábbiak szerint:
   - Közös matematika tárgyak — 106 kredit
   - Specializáció tárgyak* — 45 kredit
   - Fizika és közismereti tárgyak — 10 kredit
   - Szakdolgozat — 10 kredit
   - Szabadon választható tárgyak — 9 kredit
2. Államilag elismert legalább középfokú komplex típusú nyelvvizsga
3. Testnevelési követelmények teljesítése (két félév kötelező)

*: A matematikus specializáción ebből 5 kredit szakmai választható tárgy.

Specializációválasztás: A matematika BSc szakos hallgatók a 2. félév végén választanak specializációt. A választható specializációk: alkalmazott matematikus és matematikus. Az egyes specializációk indításáról a Matematikai Intézet a jelentkezők számától függően dönthet. A jelentkezések elbírálására a 3. félév megkezdése előtt kerül sor, ekkortól kezdve a hallgató az engedélyezett specializációnak megfelelően vehet fel tantárgyakat.
Specializációt csak akkor választhat a hallgató, ha sikeresen teljesítette a Matematikai alapozás című kritériumtárgyat (tárgykód: TTMBG0001).

Szabadon választható tárgyak: A matematika BSc szakon 9 kredit szabadon választható tárgy teljesítendő.
Szabadon választható tárgyak a másik specializáció közös résztől különböző tárgyai, valamint a DE egyéb szakjain meghirdetett nem matematikai tárgyak (például szaknyelvi félév). Ide számolhatóak el továbbá a saját specializáció túlteljesített tárgyai. Ebben az esetben fontos, hogy minden tantárgy teljes kreditmennyiséggel és csak egyetlen tárgycsoportba sorolható be.

Szakdolgozat: A hallgatóknak szakdolgozati témát a tanulmányaik várható befejezését megelőzően két félévvel, tipikusan a 4. félév végén kell választaniuk. Elkészítésére két félév áll rendelkezésre, az erre szolgáló Szakdolgozat 1. és 2. tárgyakat különböző félévekben kell teljesíteni. A szakdolgozat témavezető irányítása mellett készül, aki a Matematikai Intézet oktatója (külső témavezető engedélyezésére kizárólag indokolt esetben kerülhet sor).
Tartalmi szempontból új eredmény bemutatása nem elvárás, az önálló szakmai munka azonban igen. A dolgozat terjedelme kb. 20–40 gépelt oldal, megírására a LaTeX dokumentumszerkesztő rendszer használata támogatott. A dolgozat fedőlapja tartalmazza az intézmény nevét, a dolgozat címét, készítőjének nevét a szak feltüntetésével, a témavezető nevét és beosztását. A dolgozatban kifejtett téma részletes tárgyalása mellett elvárt részként tartalmaznia kell bevezetést, tartalom- és irodalomjegyzéket. A dolgozatot a záróvizsgán meg kell védeni.

Záróvizsga: A záróvizsga szóbeli vizsga, melyet a Matematikai Intézet igazgatója által kijelölt, a Természettudományi és Technológiai Kar vezetése által jóváhagyott záróvizsga bizottság előtt kell letenni. A záróvizsga két részből áll: szakmai felelet és szakdolgozat védése. A záróvizsga tételei a szak közös matematikai tárgyait és a hallgató specializációjának megfelelő kötelező tananyagot ölelik fel. A vizsgázó a teljes tételsorból egy tételt húz, felkészülési időt követően ebből felel. Ezután a bizottság más témakörökből is tehet fel további kérdéseket. A bizottság külön jeggyel értékeli a szakmai feleletet, valamint a szakdolgozatot és a szakdolgozat védését.

Diploma minősítése: Az oklevél minősítése az alábbi részjegyek átlagának figyelembevételével történik:

- a tanulmányok egészére számított súlyozott tanulmányi átlag,
- a szakdolgozatra és a védésre a záróvizsga bizottság által adott jegyek átlaga,
- a szakmai felelet eredménye a záróvizsgán.

Idegennyelvoktatás és vizsgakövetelmények a TTK alapszakjain: A matematika alapképzési szakos hallgatók számára az oklevél megszerzésének feltétele egy államilag elismert legalább középfokú (B2 szintű) komplex (C típusú, azaz szóbeli+írásbeli) nyelvvizsga az angol, francia, német, olasz, orosz, spanyol nyelvek valamelyikéből.
Képesítési követelmény a szaknyelvi félév teljesítése is.

A Kar finanszírozott formában kínál hallgatói részére két középfokú (B2) nyelvvizsgára előkészítő félévet (írásbeli és szóbeli nyelvvizsgára előkészítő nyelvi féléveket), valamint egy kötelező szaknyelvi félévet.
A Kar hallgatói számára a nyelvi képzést a TTK Nyelvtanári Csoportja biztosítja angol, német, francia, orosz és olasz nyelvből.

A diploma megszerzésének előfeltételeként előírt idegennyelvi kritérium teljesítését segítendő a Kar az alábbi kurzusokat kínálja a hallgatók számára:

1. modul: kezdő szint (A1) (térítéses)
2. modul: középhaladó (A2) (térítéses)
3. modul: középhaladó (B1) (térítéses)
4. modul: szóbeli nyelvvizsga előkészítő (B2) (finanszírozott)
5. modul: írásbeli nyelvvizsga előkészítő (B2) (finanszírozott)
6. modul: szaknyelvi félév (B2) (finanszírozott, kötelező)

Az idegennyelvi képzésbe az első félév elején megírandó szintfelmérő teszt kitöltése után lehet bekapcsolódni. A teszt eredménye alapján kerülnek a hallgatók besorolásra az első öt szint megfelelőjére.

- A teljesen kezdő szintről induló 1. modul angol, német, francia, orosz, olasz nyelvekből a páratlan félévekben indul és három modulon keresztül továbbmenő, egymásra épülő rendszerben térítéses, akkreditált felnőttképzési formában folyik.
- Nyelvtanulásnál célszerű a már középiskolában is tanult nyelvet választani, mivel az egyetem által finanszírozott nyelvoktatás középszinten indul (4. modul). A TTK-n finanszírozott formában angol, német, francia, orosz és olasz nyelvi kurzusok választhatók.
- A finanszírozott formában szervezett nyelvvizsga előkészítő kurzusokra (4., 5. modul) a hallgatók felvételi teszt sikeres megírásával kerülhetnek be.
- Amennyiben a hallgatók további nyelvvizsga előkészítő kurzust kívánnak igénybe venni, azt a 4. vagy az 5. modul térítés ellenében történő újbóli felvételével tehetik meg.
- A nyári hónapokban (július közepéig és augusztus 20. után) igény szerint, térítésmentesen vehetnek részt a Kar nyelvvizsgával még nem rendelkező hallgatói intenzív nyelvvizsga felkészítő kurzusokon.

Azon hallgatók, akik a diploma megszerzéséhez szükséges nyelvvizsga érdekében vesznek fel a fentiek közül nyelvi kurzus(oka)t, a sikeres teljesítésért maximum 3 féléven keresztül (4 óra/hét) gyakorlati jegyet, valamint a szabadon választható kreditek terhére 2-2 kreditet kaphatnak.

Az egy nyelvből már nyelvvizsgával rendelkezők számára csak másik idegen nyelvből szerezhető kredit (a szabadon választott tárgyak kreditkeretének terhére és kreditkeretéig).

Az egy féléves szaknyelvi kurzus (6. modul) teljesítése (2 kredit) az alapképzésben résztvevő minden TTK-s alapszakos hallgató számára kötelező. A szaknyelvi kurzus felvétele a 3. félévnél előbb nem lehetséges. Páratlan félévekben elsősorban a középfokú nyelvvizsgával már rendelkező hallgatók számára hirdetünk szaknyelvi félévet, páros félévekben pedig a nyelvvizsgával még nem rendelkezők részére. A szaknyelvi félév finanszírozott formában zajlik, az óralátogatás kötelező.

Testnevelés: A Debreceni Egyetem alapképzésben résztvevő hallgatóinak két féléven keresztül heti két óra testnevelési foglalkozáson való részvétel kötelező. A testnevelési követelmények teljesítése a végbizonyítvány (abszolutórium) kiállításának feltétele.

A testnevelési követelmények kiválthatók
- minősített versenysport-tevékenységgel,
- regisztrálható egyetemi sportszolgáltatások igénybevételével,
- regisztrálható egyetemi sporttevékenységgel,
- a sportigazgatóság, illetve a testnevelési csoportok által szervezett sportrendezvények keretében.

A felmentési és az elfogadási kérelmeket a sportigazgató és a testnevelési csoportok vezetői bírálják el.

Az ajánlott tantervi hálóban az egyes tantárgyakhoz javasolt félévek csak tájékoztató jellegűek, az előfeltételekre való odafigyeléssel bizonyos tárgyak teljesíthetők a megjelölthöz képest egy tanévvel később vagy korábban is. A hálótervben egyes előadások esetén az előfeltétel oszlopában (p) megjelöléssel szerepel a tantárgy vele párhuzamosan hallgatandó, gyakorlati jeggyel záruló gyakorlata. Ebben az esetben a tárgy felvételének természetesen nem előfeltétele a gyakorlat, de vizsgázni csak a gyakorlat sikeres teljesítése esetén lehet

Matematika alapszak, alkalmazott matematikus specializáció

Közös matematika tárgyak A felsorolt tantárgyak mindegyike kötelező tárgy.

Kód	Tantárgynév	Kre-dit	Heti óraszám		Számon-kérés	Előfeltételek	Jav. fél-év
			Elm.	Gyak.			
TTMBG0001	Matematikai alapozás	0		1	A		1
TTMBE0101	Bev. az alg. és számelm.	3	2		K	TTMBG0101(p)	1
TTMBG0101	Bev. az alg. és számelm.	3		3	Gy		1
TTMBE0102	Lineáris algebra 1.	3	2		K	TTMBG0102(p)	1
TTMBG0102	Lineáris algebra 1.	2		2	Gy		1
TTMBE0103	Lineáris algebra 2.	3	2		K	TTMBE0102 TTMBG0103(p)	2
TTMBG0103	Lineáris algebra 2.	2		2	Gy	TTMBE0102	2
TTMBE0104	Algebra 1.	3	2		K	TTMBE0101 TTMBE0102 TTMBG0104(p)	2
TTMBG0104	Algebra 1.	2		2	Gy	TTMBE0101 TTMBE0102	2
TTMBE0105	Algebra 2.	3	2		K	TTMBG0001 TTMBE0104 TTMBG0105(p)	3
TTMBG0105	Algebra 2.	2		2	Gy	TTMBG0001 TTMBE0104	3
TTMBE0106	Számelmélet	3	2		K	TTMBG0001 TTMBE0104 TTMBG0106(p)	3
TTMBG0106	Számelmélet	2		2	Gy	TTMBG0001 TTMBE0104	3
TTMBE0107	Kombinatorika és gráfelm.	4	3		K	TTMBG0107(p)	1
TTMBG0107	Kombinatorika és gráfelm.	2		2	Gy		1
TTMBE0201	Halmazok és függvények	3	2		K	TTMBG0201(p)	1
TTMBG0201	Halmazok és függvények	2		2	Gy		1
TTMBE0202	Bevezetés az analízisbe	4	3		K	TTMBE0201 TTMBG0202(p)	2
TTMBG0202	Bevezetés az analízisbe	2		2	Gy	TTMBE0201	2
TTMBE0203	Differenciál- és integrálsz.	4	3		K	TTMBG0001 TTMBE0202 TTMBG0203(p)	3
TTMBG0203	Differenciál- és integrálsz.	3		3	Gy	TTMBG0001 TTMBE0202	3
TTMBE0204	Többvált. fv. diff. és int.sz.	4	3		K	TTMBE0203 TTMBG0204(p)	4
TTMBG0204	Többvált. fv. diff. és int.sz.	3		3	Gy	TTMBE0203	4
TTMBE0205	Mérték- és integrálelmélet	3	2		K	TTMBE0203	4
TTMBE0206	Közöns. differenciálegyenl.	3	2		K	TTMBE0204 TTMBG0206(p)	5
TTMBG0206	Közöns. differenciálegyenl.	2		2	Gy	TTMBE0204	5

TTMBE0301	Geometria 1.	3	2		K	TTMBG0301(p)	1
TTMBG0301	Geometria 1.	2		2	Gy		1
TTMBE0302	Geometria 2.	3	2		K	TTMBE0102 TTMBG0302(p)	2
TTMBG0302	Geometria 2.	2		2	Gy	TTMBE0102	2
TTMBE0303	Differenciálgeometria	3	2		K	TTMBE0302 TTMBE0204 TTMBG0303(p)	5
TTMBG0303	Differenciálgeometria	2		2	Gy	TTMBE0302 TTMBE0204	5
TTMBE0304	Vektoranalízis	3	2		K	TTMBE0204 TTMBG0304(p)	6
TTMBG0304	Vektoranalízis	2		2	Gy	TTMBE0204	6
TTMBE0401	Valószínűségszámítás	4	3		K	TTMBE0205 TTMBG0401(p)	5
TTMBG0401	Valószínűségszámítás	2		2	Gy	TTMBE0205	5
TTMBE0402	Statisztika	4	3		K	TTMBE0401 TTMBG0402(p)	6
TTMBG0402	Statisztika	2		2	Gy	TTMBE0401	6
TTMBG0601	Informatika alapjai	2		3	Gy		1
TTMBG0602	Programnyelvek	2		2	Gy		2

Specializáció kötelező tárgyak

Kód	Tantárgynév	Kre-dit	Heti óraszám		Számon-kérés	Előfeltételek	Jav. fél-év
			Elm.	Gyak.			
TTMBE0109	Számelmélet alkalmazásai	3	2		K	TTMBE0106	4
TTMBG0110	Algebrai és számelméleti algoritmusok	3		3	Gy	TTMBE0106	4
TTMBE0111	Kriptográfia alapjai	3	2		K	TTMBE0109 TTMBG0111(p)	5
TTMBG0111	Kriptográfia alapjai	2		2	Gy	TTMBE0109	5
TTMBE0209	Numerikus analízis	4	3		K	TTMBE0102 TTMBE0203 TTMBG0209(p)	4
TTMBG0209	Numerikus analízis	2		2	Gy	TTMBE0102 TTMBE0203	4
TTMBG0210	Analízis számítógéppel	3		3	Gy	TTMBE0203	6
TTMBE0211	Gazdasági matematika	3	2		K	TTMBE0204 TTMBG0211(p)	5
TTMBG0211	Gazdasági matematika	2		2	Gy	TTMBE0204	5
TTMBG0308	Komputergeometria	3		3	Gy	TTMBE0302	3
TTMBE0606	Algoritmusok	3	2		K	TTMBE0107 TTMBG0606(p)	2
TTMBG0606	Algoritmusok	2		2	Gy	TTMBE0107	2
TTMBE0607	Lineáris programozás	3	2		K	TTMBE0102 TTMBG0607(p)	3
TTMBG0607	Lineáris programozás	2		2	Gy	TTMBE0102	3
TTMBE0608	Nemlineáris optimalizálás	3	2		K	TTMBE0204 TTMBG0608(p)	5
TTMBG0608	Nemlineáris optimalizálás	2		2	Gy	TTMBE0204	5
TTMBG0403	Statisztika számítógéppel	2		2	Gy	TTMBE0401	6

Fizika és közismereti tárgyak

Kód	Tantárgynév	Kre-dit	Heti óraszám		Számon-kérés	Előfeltételek	Jav. fél-év
			Elm.	Gyak.			
TTFBE2211	Klasszikus mechanika	4	2	1	K	TTMBE0203	4
TTFBE2212	Elméleti mechanika	4	2	1	K	TTFBE2201 TTMBE0206	6
TTTBE0030	Európai Uniós ismeretek	1	1		K		1
TTTBE0040	Környezettani alapism.	1	1		K		1

Szakdolgozat, szabadon választható tárgyak

Kód	Tantárgynév	Kre-dit	Heti óraszám		Számon-kérés	Előfeltételek	Jav. fél-év
			Elm.	Gyak.			
TTMBG0701	Szakdolgozat 1.	5			Gy	TTMBG0001 TTMBE0101 TTMBE0102 TTMBE0202 TTMBE0301	5
TTMBG0702	Szakdolgozat 2.	5			Gy	TTMBG0701	6
	Szabadon választható	9					

Matematika alapszak, matematikus specializáció

Közös matematika tárgyak A felsorolt tantárgyak mindegyike kötelező tárgy.

Kód	Tantárgynév	Kre-dit	Heti óraszám		Számon-kérés	Előfeltételek	Jav. fél-év
			Elm.	Gyak.			
TTMBG0001	Matematikai alapozás	0		1	A		1
TTMBE0101	Bev. az alg. és számelm.	3	2		K	TTMBG0101(p)	1
TTMBG0101	Bev. az alg. és számelm.	3		3	Gy		1
TTMBE0102	Lineáris algebra 1.	3	2		K	TTMBG0102(p)	1
TTMBG0102	Lineáris algebra 1.	2		2	Gy		1
TTMBE0103	Lineáris algebra 2.	3	2		K	TTMBE0102 TTMBG0103(p)	2
TTMBG0103	Lineáris algebra 2.	2		2	Gy	TTMBE0102	2
TTMBE0104	Algebra 1.	3	2		K	TTMBE0101 TTMBE0102 TTMBG0104(p)	2
TTMBG0104	Algebra 1.	2		2	Gy	TTMBE0101 TTMBE0102	2
TTMBE0105	Algebra 2.	3	2		K	TTMBG0001 TTMBE0104 TTMBG0105(p)	3
TTMBG0105	Algebra 2.	2		2	Gy	TTMBG0001 TTMBE0104	3
TTMBE0106	Számelmélet	3	2		K	TTMBG0001 TTMBE0104 TTMBG0106(p)	3
TTMBG0106	Számelmélet	2		2	Gy	TTMBG0001 TTMBE0104	3
TTMBE0107	Kombinatorika és gráfelm.	4	3		K	TTMBG0107(p)	1
TTMBG0107	Kombinatorika és gráfelm.	2		2	Gy		1
TTMBE0201	Halmazok és függvények	3	2		K	TTMBG0201(p)	1
TTMBG0201	Halmazok és függvények	2		2	Gy		1
TTMBE0202	Bevezetés az analízisbe	4	3		K	TTMBE0201 TTMBG0202(p)	2
TTMBG0202	Bevezetés az analízisbe	2		2	Gy	TTMBE0201	2
TTMBE0203	Differenciál- és integrálsz.	4	3		K	TTMBG0001 TTMBE0202 TTMBG0203(p)	3
TTMBG0203	Differenciál- és integrálsz.	3		3	Gy	TTMBG0001 TTMBE0202	3
TTMBE0204	Többvált. fv. diff. és int.sz.	4	3		K	TTMBE0203 TTMBG0204(p)	4
TTMBG0204	Többvált. fv. diff. és int.sz.	3		3	Gy	TTMBE0203	4
TTMBE0205	Mérték- és integrálelmélet	3	2		K	TTMBE0203	4
TTMBE0206	Közöns. differenciálegyenl.	3	2		K	TTMBE0204 TTMBG0206(p)	5
TTMBG0206	Közöns. differenciálegyenl.	2		2	Gy	TTMBE0204	5
TTMBE0301	Geometria 1.	3	2		K	TTMBG0301(p)	1
TTMBG0301	Geometria 1.	2		2	Gy		1
TTMBE0302	Geometria 2.	3	2		K	TTMBE0102 TTMBG0302(p)	2
TTMBG0302	Geometria 2.	2		2	Gy	TTMBE0102	2
TTMBE0303	Differenciálgeometria	3	2		K	TTMBE0302 TTMBE0204 TTMBG0303(p)	5
TTMBG0303	Differenciálgeometria	2		2	Gy	TTMBE0302	5

						TTMBE0204	
TTMBE0304	Vektoranalízis	3	2		K	TTMBE0204 TTMBG0304(p)	6
TTMBG0304	Vektoranalízis	2		2	Gy	TTMBE0204	6
TTMBE0401	Valószínűségszámítás	4	3		K	TTMBE0205 TTMBG0401(p)	5
TTMBG0401	Valószínűségszámítás	2		2	Gy	TTMBE0205	5
TTMBE0402	Statisztika	4	3		K	TTMBE0401 TTMBG0402(p)	6
TTMBG0402	Statisztika	2		2	Gy	TTMBE0401	6
TTMBG0601	Informatika alapjai	2		3	Gy		1
TTMBG0602	Programnyelvek	2		2	Gy		2

Specializáció kötelező tárgyak

Kód	Tantárgynév	Kre-dit	Heti óraszám		Számon-kérés	Előfeltételek	Jav. fél-év
			Elm.	Gyak.			
TTMBE0108	Fejezetek a számelméletből	4	2	1	K	TTMBE0106	4
TTMBE0207	Bev. a funkcionálanalízisbe	3	2		K	TTMBE0204 TTMBG0207(p)	5
TTMBG0207	Bev. a funkcionálanalízisbe	2		2	Gy	TTMBE0204	5
TTMBE0208	Komplex függvénytan	4	2	1	K	TTMBE0203	6
TTMBE0305	Nemeuklideszi geometriák	3	2		K	TTMBE0301 TTMBE0302 TTMBG0305(p)	3
TTMBG0305	Nemeuklideszi geometriák	2		2	Gy	TTMBE0301 TTMBE0302	3
TTMBE0306	Konvex geometria	3	2		K	TTMBE0102 TTMBG0306(p)	3
TTMBG0306	Konvex geometria	2		2	Gy	TTMBE0102	3
TTMBE0307	Bevezetés a topológiába	3	2		K	TTMBG0306(p)	4
TTMBG0307	Bevezetés a topológiába	2		2	Gy		4
TTMBE0603	Halmazelm. és mat. logika	3	2		K	TTMBE0201 TTMBG0603(p)	2
TTMBG0603	Halmazelm. és mat. logika	2		2	Gy	TTMBE0201	2
TTMBG0604	Bev. a mat. programcsom.	2		2	Gy	TTMBE0102 TTMBE0202	3
TTMBE0605	Bonyolultságelmélet	3	2		K	TTMBE0107 TTMBG0605(p)	4
TTMBG0605	Bonyolultságelmélet	2		2	Gy	TTMBE0107	4

Specializáció választható tárgyak

Az alkalmazott matematikus specializáció kötelező tárgyaiból teljesítendő 5 kredit.

Fizika és közismereti tárgyak

Kód	Tantárgynév	Kre-dit	Heti óraszám		Számon-kérés	Előfeltételek	Jav. fél-év
			Elm.	Gyak.			
TTFBE2201	Klasszikus mechanika	4	2	1	K	TTMBE0203	4
TTFBE2202	Elméleti mechanika	4	2	1	K	TTFBE2201 TTMBE0206	6
TTTBE0030	Európai Uniós ismeretek	1	1		K		1
TTTBE0040	Környezettani alapism.	1	1		K		1

Szakdolgozat, szabadon választható tárgyak

Kód	Tantárgynév	Kre-dit	Heti óraszám		Számon-kérés	Előfeltételek	Jav. fél-év
			Elm.	Gyak.			
TTMBG0701	Szakdolgozat 1.	5			Gy	TTMBG0001 TTMBE0101 TTMBE0102 TTMBE0202 TTMBE0301	5
TTMBG0702	Szakdolgozat 2.	5			Gy	TTMBG0701	6
	Szabadon választható	9					

Tantárgyi tematikák

Közös matematika tárgyak

TTMBG0001
Matematikai alapozás
0+1 óra, 0+0 kredit, A
Tárgyfelelős: Dr. Györkös-Varga Nóra
Előfeltétele: nincs

Algebrai átalakítások. Különféle egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek és egyenlőtlenség rendszerek megoldása. Trigonometriai alapfogalmak. Koordinátageometriai alapfogalmak.
Irodalom:
Középiskolai tankönyvek.
Vincze Csaba: Trigonometria és koordinátageometria, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2008.

TTMBE0101, TTMBG0101
Bevezetés az algebrába és számelméletbe
2+3 óra, 3+3 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Pintér Ákos
Előfeltétele: nincs

Relációk, algebrai struktúrák, műveletek és tulajdonságaik. Oszthatóság és maradékos osztás Z-ben. Legnagyobb közös osztó, az Euklideszi algoritmus. Kongruencia-reláció és maradékosztályok Z-ben, maradékosztály-gyűrű. Az Euler-Fermat-tétel. Lineáris kongruenciák. Lineáris kongruencia-rendszerek, kínai maradéktétel. Két- és többváltozós lineáris diofantikus egyenletek. A Peano-axiómák, N, Z, Q. Komplex számok, műveletek, konjugált, abszolút érték. Komplex számok trigonometrikus alakja, a Moivre-tétel, n-edik gyökvonás, egységgyökök. Test fölötti polinomgyűrű. Euklideszi osztás, legnagyobb közös osztó. A Z[x], Q[x], R[x], C[x] gyűrűk, abszolút érték. Az algebra alaptétele. Parciális törtekre bontás. Algebrai egyenletek, diszkrimináns, rezultáns, többszörös gyök, harmad- és negyedfokú egyenletek. Többhatározatlanú polinomok, szimmetrikus és elemi szimmetrikus polinomok, a szimmetrikus polinomok alaptétele.
Irodalom:
Kiss Emil: Bevezetés az algebrába, Typotex, 2007.
Szendrei János: Algebra és számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2001.
Sárközy András, Surányi János: Számelmélet feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1990.
D.K. Fagyejev, I. Sz. Szominszkij: Felsőfokú algebrai példatár, Typotex, 2000.
Szendrei Ágnes: Diszkrét matematika, Polygon, 1994.

TTMBE0102, TTMBG0102
Lineáris algebra 1.
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Gaál István
Előfeltétele: nincs

Algebrai alapfogalmak. Determinánsok. Műveletek mátrixokkal. Vektorterek, bázis, dimenzió. Lineáris leképezések. Bázis és koordináta transzformáció. Rangszám tétel. Alterek összege. Faktorterei. Lineáris egyenletrendszerek. Lineáris transzformációk mátrixa. Műveletek lineáris transzformációkkal. Hasonló mátrixok. Sajátérték, sajátvektor, karakterisztikus polinom. Sajátvektorokból álló bázis létezése.
Irodalom:
Gaál István és Kozma László: Lineáris algebra, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2004.
Freud Róbert: Lineáris algebra, ELTE Eötvös Kiadó, 1998.
P. R. Halmos: Véges dimenziós vektorterek, Műszaki Könyvkiadó, 1984.
Kovács Zoltán: Feladatgyűjtemény lineáris algebra gyakorlatokhoz, Kossuth Egyetemi Kiadó, 1998.
Rózsa Pál: Lineáris algebra és alkalmazásai, Műszaki Könyvkiadó, 1974.

TTMBE0103, TTMBG0103
Lineáris algebra 2.
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Gaál István

Előfeltétele: TTMBE0102

Lineáris, bilineáris formák és kvadratikus alakok. Euklideszi terek, ortonormált bázis, altér ortogonális komplementuma. Önadjungált, ortogonális, normális transzformációk. Főtengely-transzformáció. Másodrendű görbék.

Irodalom:

Gaál István és Kozma László: Lineáris algebra, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2004.
Freud Róbert: Lineáris algebra, ELTE Eötvös Kiadó, 1998.
P. R. Halmos: Véges dimenziós vektorterek, Műszaki Könyvkiadó, 1984.
Kovács Zoltán: Feladatgyűjtemény lineáris algebra gyakorlatokhoz, Kossuth Egyetemi Kiadó, 1998.
Rózsa Pál: Lineáris algebra és alkalmazásai, Műszaki Könyvkiadó, 1974.

TTMBE0104, TTMBG0104
Algebra 1.
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Szikszai Márton
Előfeltétele: TTMBE0101, TTMBE0102

Csoport definíciója, példák. Permutációk, előjel. Homomorfizmusok. Rend, ciklikus csoport. Részcsoport, generált részcsoport, Lagrange-tétel. Direkt szorzat, a véges Abel-csoportok alaptétele. Permutációcsoportok és csoporthatások, Cayley tétele. Homomorfizmusok és normálosztók, konjugálás. Faktorcsoport. Homomorfizmustétel. Izomorfizmustételek. p-csoportok alaptulajdonságai, centrum. Gyűrű definíciója, példák. Részgyűrűk, generált részgyűrű. Véges nullosztómentes gyűrűk. Homomorfizmusok és ideálok, faktorgyűrűk. Polinomgyűrűk. Euklideszi és főideálgyűrűk, a számelmélet alaptétele. Testek, egyszerű algebrai bővítések. Minimálpolinom. Fokszámtétel. Algebrai számok. A felbontási test konstrukciója. Karakterisztika, prímtest. Véges testek konstrukciója, primitív elem, véges testek résztestei. Z_p felett tetszőleges fokú irreducibilis polinom létezik. Geometriai szerkesztések: a kockakettőzés, a szögharmadolás és a körnégyszögesítés nem lehetséges.

Irodalom:

Bálintné Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok, 2005, Polygon.
Kiss Emil: Bevezetés az algebrába, Elméleti matematika sorozat. Budapest, 2007, Typotex.

TTMBE0105, TTMBG0105
Algebra 2.
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Szikszai Márton
Előfeltétele: TTMBE0104, TTMBG0001

Sylow tételei. Szemidirekt szorzat. A p-csoportok maximális részcsoportjai, p indexű normálosztók. Karakterisztikus részcsoportok, kommutátor. Feloldható csoportok és alaptulajdonságaik. Az alternáló csoportok egyszerűségéről szóló tétel. Szabad csoportok és definiáló relációk. Dyck-tétel. Számelmélet gyűrűkben: maximumfeltétel és az alaptételes gyűrűk jellemzése. Hányadostest. Artin- és Noether-gyűrűk, Hilbert bázistétele. Algebrák, a minimálpolinom tárgyalása algebrák felett. Frobenius-tétel. A felbontási test egyértelműsége, algebrai lezárt létezése. Normális bővítések, tökéletes test felett minden véges bővítés egyszerű. A Galois-elmélet főtétele. Az algebra alaptétele. Geometriai szerkeszthetőség. Egyenlet gyökjelekkel való megoldhatósága, a Casus Irreducibilis elkerülhetetlensége harmadfokú egyenletre.

Irodalom:

Bálintné Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok, 2005, Polygon.
Kiss Emil: Bevezetés az algebrába, Elméleti matematika sorozat. Budapest, 2007, Typotex.

TTMBE0106, TTMBG0106
Számelmélet
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Hajdu Lajos
Előfeltétele: TTMBE0104, TTMBG0001

Elem rendje, generátorelemek és jellemzésük Z_p-ben. Kvadratikus maradékok modulo p. Magasabb fokú kongruenciák. Számelméleti függvények. Additív és multiplikatív függvények, néhány nevezetes számelméleti függvény. Számelméleti függvények összegzési függvénye és Möbius-transzformáltja. A prímszámok sorozatának végtelensége. Prímszámokkal kapcsolatos nevezetes problémák. Prímszámok számtani sorozatokban, Dirichlet tétele. A prímek reciprokösszegének végtelensége. A $\Pi(x)$ függvény viselkedése, a prímszámtétel. Rácsok, Blichfeldt és Minkowski tételei és alkalmazásuk. A Waring-féle problémakör.

Pitagoraszi számhármasok. Algebrai szám, algebrai egész szám. Az algebrai számok teste és az algebrai egészek gyűrűje. Algebrai számtestek. Fokszám, bázis, egészek gyűrűje, egységek csoportja. Másodfokú algebrai számtestek és előállításuk Q(√d) alakban.

Irodalom:

Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2004.

Sárközy András, Surányi János: Számelmélet – feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.

TTMBE0107, TTMBG0107
Kombinatorika és gráfelmélet
3+2 óra, 4+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Nyul Gábor
Előfeltétele: nincs

Alapvető leszámlálási problémák: permutációk, variációk, kombinációk. Binomiális együtthatók tulajdonságai, binomiális és polinomiális tétel. Permutációk inverziói, paritása, szorzása, ciklusok. Szitaformula és alkalmazásai. Gráfelméleti alapfogalmak. Euler-vonal, Hamilton-út és -kör. Fák és erdők, feszítőfák, Prüfer-kód és Cayley-tétel. Páros gráfok. Síkbarajzolt gráfok, duális, Euler-formula, síkbarajzolható gráfok és jellemzésük. Gráfok csúcs- és élszínezései, kromatikus szám, az ötszíntétel, kromatikus polinom, kromatikus index. Ramsey-elmélet alapjai. Gráfok mátrixai.

Irodalom:

Katona Gyula Y., Recski András, Szabó Csaba: A számítástudomány alapjai, Typotex, 2006.

Andrásfai Béla: Ismerkedés a gráfelmélettel, Tankönyvkiadó, 1985.

Hajnal Péter: Gráfelmélet, Polygon, 2003.

Hajnal Péter: Elemi kombinatorikai feladatok, Polygon, 2005.

N. J. Vilenkin: Kombinatorika, Műszaki Könyvkiadó, 1971.

Friedl Katalin, Recski András, Simonyi Gábor: Gráfelméleti feladatok, Typotex, 2006.

TTMBE0201, TTMBG0201
Halmazok és függvények
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Lovas Rezső
Előfeltétele: nincs

Halmazelméleti alapok. Relációk. Ekvivalencia, rendezési és függvény reláció. Alapvető fogalmak parciálisan rendezett halmazokban; Tarski fixponttétele. Halmazok számossága; Cantor tétele és a Schröder–Bernstein tétel. A valós számok axiómarendszere, fontosabb következmények. A valós számok nevezetes részhalmazai: természetes számok, egész számok, racionális és irracionális számok. A valós számok meghatározottsági tulajdonsága. Az n-edik gyök létezése és egyértelműsége; p-adikus törtek. Nevezetes egyenlőtlenségek. A komplex számok teste. Számhalmazok számossága.

Irodalom:

Császár Ákos: Valós analízis I., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.

Lajkó Károly: Analízis I., Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézet, Debrecen, 2000.

Leindler László, Schipp Ferenc: Analízis I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.

Walter Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.

Székelyhidi László: Halmazok és függvények, Palotadoktor Bt., 2008.

Gecse Frigyes: Matematikai alapok, Z-Press Kiadó, Miskolc, 2013.

TTMBE0202, TTMBG0202
Bevezetés az analízisbe
3+2 óra, 4+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Bessenyei Mihály
Előfeltétele: TTMBE0201

Valós számsorozatok konvergenciája. Konvergencia, korlátosság és monotonitás kapcsolata. A Bolzano–Weierstrass-tétel és a Cauchy-féle konvergenciakritérium. Konvergencia és műveletek, határérték és rendezés kapcsolata. Nevezetes sorozatok; az Euler-féle szám. Sorozat torlódási pontja, alsó és felső határértéke. Alkalmazások. Komplex számsorozatok konvergenciája. Bolzano–Weierstrass-tétel, Cauchy-kritérium komplex sorozatokra. Konvergencia és műveletek kapcsolata. Komplex számsorok; abszolút és feltételes konvergencia. Sorösszegzés és műveletek, csoportosított és átrendezett sorok. Riemann tétele. Komplex mértani sor; az összehasonlító-, gyök- és hányadosteszt. Abel-féle formula; Dirichlet, Leibniz és Abel tételei. Cauchy-féle szorzatsor, Mertens-tétel. Függvénysorozatok és függvénysorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Az egyenletes konvergencia Cauchy-féle kritériuma és Weiersrass-féle elegendő feltétele. Hatványsorok; a Cauchy–

Hadamard-tétel. Elemi függvények és addíciós tételeik. Metrikus terek, normált terek, Banach-terek, euklideszi terek. Alapfogalmak metrikus terekben. Ekvivalens metrikák és ekvivalens normák. A kompaktság Hausdorff-féle jellemzése. Euklideszi terek speciális normái. A Bolzano–Weierstrass-tétel és Heine–Borel-tétel. Folytonosság és átviteli elv metrikus terekben. Folytonosság és műveletek, összetett függvény folytonossága. Kompaktság és folytonosság, összefüggőség és folytonosság kapcsolata. Folytonos bijekciók kompakt halmazon. Egyenletes folytonosság és jellemzése.

Irodalom:

Császár Ákos: Valós analízis I., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.
Lajkó Károly: Analízis I., Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézet, Debrecen, 2000.
Leindler László, Schipp Ferenc: Analízis I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.
Walter Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.
Székelyhidi László: Bevezetés az analízisbe, Palotadoktor Bt., 2009.

TTMBE0203, TTMBG0203
Differenciál- és integrálszámítás
3+3 óra, 4+3 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Bessenyei Mihály
Előfeltétele: TTMBE0202, TTMBG0001

Függvények határértéke; átviteli elv. Cauchy-kritériumok; határérték kapcsolata a műveletekkel és a rendezéssel. Határérték és egyenletes konvergencia, folytonosság és egyenletes konvergencia kapcsolata; Dini tétele. Jobb- és baloldali határérték; szakadási helyek; elsőfajú szakadási helyek osztályozása; monoton függvények határérték tulajdonságai. Nevezetes határértékek; a pi bevezetése. Elemi függvényekből származó függvények. Differenciálhatóság és lineáris approximálhatóság. Differenciálhatóság és folytonosság; differenciálhatóság és műveletek; lánc-szabály és az inverzfüggvény differenciálhatósága. Lokális szélsőérték, Fermat-elv. A Rolle-, Lagrange-, Cauchy- és Darboux-féle középértéktétel. L'Hospital-szabályok. Többszöri differenciálhatóság; Taylor-tétel, monotonitás és differenciálhatóság, szélsőérték magasabbrendű feltétele. Konvex függvények. Primitív függvény fogalma; alapintegrálok, integrálási szabályok. Riemann-integrál és integrálhatósági kritériumok; az integrál tulajdonságai és integrálási módszerek. Az integrálható függvények főbb osztályai. Egyenlőtlenségek, középértéktételek Riemann-integrálra. A Newton–Leibniz-tétel és a felsőhatár-függvény tulajdonságai. A Riemann-integrálhatóság és az egyenletes konvergencia kapcsolata. A Lebesgue-kritérium. Improprious Riemann-integrál és kritériumai.

Irodalom:

Császár Ákos: Valós analízis I.–II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.
Lajkó Károly: Analízis II., Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézet, Debrecen, 2003.
Leindler László, Schipp Ferenc: Analízis I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.
Makai Imre: Differenciál. és integrálszámítás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1992.
Walter Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.
Szász Pál: A differenciál- és integrálszámítás elemei I., Typotex Kiadó, 2000.
Székelyhidi László: Differenciál- és integrálszámítás, Palotadoktor Bt., 2009.

TTMBE0204, TTMBG0204
Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása
3+3 óra, 4+3 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Páles Zsolt
Előfeltétele: TTMBE0203

A Banach-féle fixponttétel. Lineáris leképezések. A Fréchet-derivált; lánc-szabály, differenciálhatóság és műveletek. Lagrange-féle középérték-egyenlőtlenség. Inverz- és implicitfüggvény tétel. További deriváltfogalmak; a Fréchet-derivált reprezentációja. Folytonos differenciálhatóság és folytonos parciális differenciálhatóság; a differenciálhatóság elegendő feltétele. Magasabbrendű deriváltak; Schwarz–Young-tétel, Taylor-tétel. Lokális szélsőérték és Fermat-elv; a szélsőérték másodrendű feltétele. Riemann-integrál fogalma; műveleti tulajdonságok, integrálhatósági kritériumok, egyenlőtlenségek és középérték-tételek Riemann-integrálra. Riemann-integrál és egyenletes konvergencia kapcsolata. Lebesgue tétele. Fubini-tétel. Jordan-mérték és tulajdonságai; integrálás Jordan-mérhető halmazokon. Fubini-tétel normáltartományokon, integráltranszformáció. Korlátos változású függvények, totális variáció, Jordan dekompozíciós tétele. A Riemann–Stieltjes integrál és tulajdonságai. A parciális integrálás tétele. A Riemann–Stieltjes integrálhatóság elegendő feltétele és az integrál kiszámítása. Görbementi integrál; potenciálfüggvény és primitív függvény. Primitív függvény létezésének szükséges és elegendő feltételei.

Irodalom:

Császár Ákos: Valós analízis I..II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.

Lajkó Károly: Analízis III., Debreceni Egyetem, Matematikai és Informatikai Intézet, Debrecen, 2001.
Pál Jenő, Schipp Ferenc, Simon Péter: Analízis II., Tankönyvkiadó, Budapest, 1988.
Székelyhidi László: Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása, Palotadoktor Bt., 2012.

TTMBE0205
Mérték- és integrálelmélet
2+0 óra, 3+0 kredit, K
Tárgyfelelős: Dr. Nagy Gergő
Előfeltétele: TTMBE0203

Mértékterek és mértékek, tulajdonságaik. Külső mértékek, premérték. Mértékek konstruálása. Lebesgue-mérték és topológiai tulajdonságai. Borel-halmazok. Nyílt halmazok struktúratétele. Approximációs tétel. Cantor halmaz tulajdonságai. Nem Lebesgue-mérhető halmaz létezése. A Lebesgue–Stieltjes mérték. Mérhető függvények és alapvető tulajdonságaik, Luzin-tétel. Mérhető függvények sorozatai. Lebesgue és Jegorov tételei, Riesz kiválasztási tétele, approximációs lemma. Nemnegatív mérhető függvények Lebesgue integrálja. Beppo Levi-tétel, Fatou-lemma. Az integrál és az összeg kapcsolata. Integrálható függvények. Nagy Lebesgue tétel. Az integrál σ-additivitása, illetve abszolút folytonossága. Komplex függvények Lebesgue integrálja. L^p terek. Minkowski- és Hölder-egyenlőtlenség. A Riesz–Fischer-tétel. A Riemann és a Lebesgue integrál kapcsolata. Fubini tétele. Az n dimenziós Lebesgue-mérték. Lebesgue differenciálhatósági tétel. Korlátos változású és abszolút folytonos függvények. A primitív függvények alaptulajdonságai. A Newton–Leibniz-formula.
Irodalom:
Járai Antal: Mérték és integrál, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.
Daróczy Zoltán: Mérték és integrál, Tankönyvkiadó, 1980.
Szőkefalvi-Nagy Béla: Valós függvények és függvénysorok, Tankönyvkiadó, 1972.
P. R. Halmos: Mértékelmélet, Gondolat, 1984.

TTMBE0206, TTMBG0206
Közönséges differenciálegyenletek
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Gát György
Előfeltétele: TTMBE0204

Elemi módon megoldható differenciálegyenletek. Cauchy-feladat; megoldás, teljes megoldás, lokálisan és globálisan egyértelmű megoldás. Lipschitz-feltétel; a globális-lokális egzisztencia és unicitási tétel. A kezdetei értéktől való folytonos függés. Az Arzela–Ascoli-tétel és Peano tétele. Elsőrendű lineáris differenciálegyenlet-rendszerek; alapmátrix, Liouville-formula, konstans variálása. Állandó együtthatós lineáris differenciálegyenlet-rendszerek alapmátrixának előállítása. Magasabbrendű (lineáris) differenciálegyenletek és átviteli elv; Wronski-determináns és Liouville-formula. Állandó együtthatós magasabbrendű lineáris differenciálegyenletek alaprendszere. Stabilitás; Gronwall–Bellmann lemma és Ljapunov stabilitási tétele. A variációszámítás elemei: Du Bois-Reymond lemma és az Euler–Lagrange egyenlet. Alkalmazások.
Irodalom:
Kósa András, Schipp Ferenc, Szabó Dániel: Közönséges differenciálegyenletek I, Tankönyvkiadó, Budapest, 1988.
Lajkó Károly: Differenciálegyenletek, Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézet, 2002.
A. F. Filippov: Differenciálegyenletek példatár, Nemzetei Tankönyvkiadó, Budapest, 1995.

TTMBE0301, TTMBG0301
Geometria 1.
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Vincze Csaba
Előfeltétele: nincs

Az abszolút geometria axiómarendszerének áttekintése: illeszkedési axiómák, vonalzó-, félsík-, szögmérő- és kongruencia-axióma. Fejezetek az abszolút geometriából: kongruencia-tételek, merőleges és párhuzamos egyenesek, a párhuzamosság elegendő feltételei, egyenlőtlenségek. Az euklideszi párhuzamossági axióma és ekvivalensei. Az euklideszi geometria bevezető fejezetei (paralelogramma-tételek, a párhuzamos szelők tételei, hasonló háromszögek). Az euklideszi sík egybevágósági transzformációinak előállítása tükrözések kompozíciójaként, az osztályozási tétel. Az euklideszi tér egybevágósági transzformációinak előállítása tükrözések kompozíciójaként, az osztályozási tétel. Hasonlósági transzformációk, a hasonlóságok fixponttétele. Az euklideszi sík/tér hasonlóságainak osztályozása. A hasonlóság és az egybevágóság általános fogalma. Geometriai mértékelmélet: a területmérő függvény, Jordan mérték a síkon, a kör területe, a térfogatmérés axiómái, a gömb térfogata. A körív hossza, a gömb és részeinek felszíne.

Irodalom:
Hajós György: Bevezetés a geometriába, Tankönyvkiadó, Budapest, 1962.
John Roe: Elementary Geometry, Oxford University Press, 1993.
Kovács Zoltán: Geometria, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1999.
Laczkovich Miklós: Sejtés és bizonyítás, Typotex, 1998.
Szilasi József: Geometria I., KLTE TTK, Debrecen, 1990.

TTMBE0302, TTMBG0302
Geometria 2.
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Vincze Csaba
Előfeltétele: TTMBE0102

Euklideszi-affin geometria: a szabadvektorok háromdimenziós vektortere. Affin transzformációk, nyújtások, a nyújtások fixponttétele (a transzlációk és a homotéciák affin fogalma). Osztóviszony. Az affin geometria nevezetes tételei: Menelaosz tétele és a Ceva-tétel. Az euklideszi-affin tér analitikus modellje. Lineáris transzformációk, az általános lineáris csoport. Az affin transzformációk analitikus leírása, az affin transzformációk alaptétele. Vektorok skaláris, vektoriális és vegyes szorzata. Geometriai értelmezésük és a kiszámítási formulák. Az n dimenziós euklideszi vektortér. Tükrözések analitikus leírása, az egybevágósági transzformációk előállítása tükrözések kompozíciójaként. Az ortogonális csoport. A 2 és 3 dimenziós euklideszi tér ortogonális csoportja. Egyenesek és síkok implicit és paraméteres megadása. Másodrendű görbék és felületek. A konvex geometria elemei: konvex halmaz, konvex burok, Caratheodory tétele. A Radon lemma és a Helly-tétel. Konvex poligon és poliéder. Euler és Descartes tételei, szabályos konvex poliéderek.
Irodalom:
Gaál István és Kozma László: Lineáris algebra. Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2009.
Kovács Zoltán: Geometria, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1999.
John Roe: Elementary Geometry, Oxford University Press, 1993.
Vincze Csaba: Trigonometria és koordinátageometria, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2008.
Vincze Csaba: Convex Geometry, University of Debrecen, 2013, TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0025.

TTMBE0303, TTMBG0303
Differenciálgeometria
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Muzsnay Zoltán
Előfeltétele: TTMBE0302, TTMBE0204

Differenciálható görbék. Görbület, torzió. A görbeelmélet alaptétele. Felületek az euklideszi térben, különböző megadási módjaik. Az érintősík. A felület metrikus alapformája. Normálgörbület, főgörbületek, főirányok, szorzat- és összeggörbület. Görbe menti párhuzamos eltolás felületen. Az ívhossz variációs problémája. Geodetikusok. Geodetikus görbület. A geodetikusok minimalizáló tulajdonsága. A Gauss-Bonnet-tétel. Konstans görbületű felületek.
Irodalom:
Kozma László, Kovács Zoltán: Görbék és felületek elemi differenciálgeometriája, (jegyzet).
Szőkefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.
Szilasi József: Bevezetés a differenciálgeometriába, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1998.
Kurusa Árpád: Bevezetés a differenciálgeometriába, Polygon, Szeged, 1999.

TTMBE0304, TTMBG0304
Vektoranalízis
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Vincze Csaba
Előfeltétele: TTMBE0204

Skalármezők. Szintgörbék és szintfelületek. A gradiens és geometriai jelentése. Vektormezők, a deriváltmátrix invariánsai: divergencia és rotáció (a deriváltmátrix ferdeszimmetrikus részének vektorinvariánsa). A Laplace operátor. Parametrizált görbék, görbementi integrál: a munka. Stokes-tétele a síkon és alkalmazásai: konzervatív vektormezők és potenciál (az integrál úttól való függetlensége, rotációmentes vektormezők, egzakt differenciálegyenletek). Parametrizált felületek, felületi integrál: a fluxus. A Gauss-Osztrogradszkij-tétel és Stokes tétele a térben. A divergencia, mint forrássűrűség. A rotáció, mint örvénysűrűség. Vektoranalitikai azonosságok (összeg, szorzat gradiense, rotációja és divergenciája, differenciáloperátorok kompozíciója). A determinánsfüggvény, mint skalármező deriváltja: a speciális lineáris csoport és érintője az egységpontban, az ortogonális csoport és érintője az egységpontban: forgató és alakváltozási tenzor. Integrálgörbék és folyamok. Divergenciamentes vektormezők (Liouville tétele, az összenyomhatatlan folyadék áramlása). Harmonikus, szub- és szuperharmonikus függvények (a maximum-elv).

Irodalom:

Laczkovich Miklós, T. Sós Vera: Valós analízis II, Typotex, 2013.
M. H. Protter, H. F. Weinberger: Maximum Principles in Differential Equations, Springer New York, 1984.
Serény György: Formális és szemléletes vektoranalízis, Műegyetemi Kiadó, 2002.
Szolcsányi Endre: Differenciálgeometria és vektoranalízis, Tankönyvkiadó, 1973.
E. C. Young: Vector and Tensor Analysis, New York : M. Dekker, 1978.

TTMBE0401, TTMBG0401
Valószínűségszámítás
3+2 óra, 4+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Fazekas István
Előfeltétele: TTMBE0205

Valószínűség, valószínűségi változók, eloszlások. A valószínűségszámítás aszimptotikus tételei.

Irodalom:

Fazekas István: Valószínűségszámítás. Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2009.
Csörgő Sándor: Fejezetek a valószínűségelméletből, Szegedi Egyetemi Kiadó, Polygon, 2010.
Rényi Alfréd: Valószínűségszámítás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1984.
A. N. Shiryayev: Probability, Springer-Verlag, Berlin, 1984.

TTMBE0402, TTMBG0402
Statisztika
3+2 óra, 4+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Barczy Mátyás
Előfeltétele: TTMBE0401

Statisztikai minta, becslések, próbák, szórásanalízis, regresszió-analízis.

Irodalom:

Bevezetés a matematikai statisztikába (egyetemi jegyzet, szerk.: Fazekas István), Debrecen, 2003.
A. A. Borovkov: Matematikai statisztika, Typotex.

TTMBG0601
Informatika alapjai
0+3 óra, 0+2 kredit, Gy
Tárgyfelelős: Dr. Tengely Szabolcs
Előfeltétel: nincs

Digitális tartalmak hatékony előállításának módjai LaTeX kiadványszerkesztő segítségével: matematikai formulák, prezentáció, hivatalos levél és önéletrajz készítés. Szakdolgozat/diplomamunka készítéséhez szükséges dokumentum váz megismerése. A digitális technológia tanulási célokra való felhasználása a felhő alapú SageMath programcsomag segítségével: egyszerű struktúrák létrehozása, programozási eszközök. Függvények létrehozása a rendszerben.

Irodalom:

Wettl Ferenc, Mayer Gyula, Sudár Csaba: LaTeX kezdőknek és haladóknak, Panem Kiadó, Budapest, 1998.
Gregory Bard: SageMath for Undergraduates

TTMBG0602
Programnyelvek
0+2 óra, 0+2 kredit, Gy
Tárgyfelelős: Dr. Bazsó András
Előfeltétele: nincs

A programnyelvek osztályozása. Magasszintű programnyelveken belüli lényegi eltérések. Az interpreter és compiler feladatai, szerepük a programozásban. Objektum- és eljárásorientált programozási nyelvek alapjai, az OOP szemléletmód. Hibakezelés, programtesztelés.

Irodalom:

Nagy Gusztáv: Java programozás, egyetemi jegyzet.
Juhász István: Programozás 1 (http://docplayer.hu/10844109-Juhasz-istvan-programozas-1.html)

Fizika és közismereti tárgyak

TTFBE2201
Klasszikus mechanika
2+1 óra, 4+0 kredit, K
Tárgyfelelős: Dr. Erdélyi Zoltán
Előfeltétele: TTMBE0203

Tömegpont mozgása egy- és többdimenzióban.
Irodalom:
Demény András, Trócsányi Zoltán, Erostyák János, Szabó Gábor (szerk.: Erostyák János, Litz József), Fizika I: Klasszikus mechanika, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005.
Dede Miklós: Kísérleti fizika 1. kötet, egyetemi jegyzet.
Dede Miklós, Demény András: Kísérleti fizika 2. kötet, egyetemi jegyzet.

TTFBE2202
Elméleti mechanika
2+1 óra, 4+0 kredit, K
Tárgyfelelős: Dr. Nagy Sándor
Előfeltétele: TTFBE2201, TTMBE0206

Harmonikus rezgőmozgás. Hullámok. Lineáris szuperpozíció és interferencia. Általános koordináták és kényszerek. Legkisebb hatás elve. Euler-Lagrange-féle mozgásegyenletek. Szimmetriák, Galilei-féle relativitási elv, tértükrözési és időtükrözési szimmetria. Lagrange-függvények. Elsőfajú Lagrange-egyenletek. Szimmetriák és megmaradási törvények, Noether tétele. Newton II. törvénye (erő és erőtörvény), hatás-ellenhatás törvénye, erőhatások függetlenségének elve, impulzustétel, impulzusmomentum-tétel, mechanikai egyensúly. Munkatétel, potenciális energia, konzervatív erő, energiamegmaradás, energiamérleg. Szabad mozgás, közegellenállás, csúszási és tapadási súrlódás. Részecske egydimenziós mozgása külső potenciálban. Lineáris harmonikus oszcillátor szabad rezgése, csillapított rezgése és kényszerrezgése, gyenge és erős csillapítás, rezonancia. Hamilton egyenletek, Legendre transzformáció. Rugalmas közeg modellezése. Rugalmasan deformálható közeg jellemzése, a deformációs tenzor. A mechanikai feszültség tenzora, Hook-törvény. Rugalmas közegek deformációja. Folyadékok áramlásának Euler-féle leírása. Az anyagmegmaradás lokális törvénye. Hidrosztatika. Euler-egyenlet és Bernoulli törvénye.
Irodalom:
Sailer Kornél: Bevezetés a mechanikába 1. (elektronikus jegyzet)
Budó Ágoston: Mechanika, Tankönyvkiadó, 1972.
Herbert Goldstein: Classical Mechanics, Addison-Wesley, 1980.

TTTBE0030
Európai Uniós ismeretek
1+0 óra, 1+0 kredit, K
Tárgyfelelős: Dr. Teperics Károly
Előfeltétele: nincs

Az integráció kialakulásának története. A szervezet bővülésének folyamata. Az ezredforduló utáni bővítés egyedi vonásai. Az intézményrendszer kialakításának előzményei, elvei. Mezőgazdaság-politika, regionális politika, Gazdasági és Monetáris Unió. Igazságügyi, belügyi együttműködések, külkapcsolatok. Migráció és az Európai Unió, Az európai együttműködés jövőképe.
Irodalom:
Blahó András (szerk.): Európai integrációs alapismeretek. AULA Kiadó. Budapest, 2007.
Farkas B., Várnay E. (2005): Bevezetés az Európai Unió tanulmányozásába, JATEPRESS Kiadó, Szeged
Bernek Á., Kondorosi F., Nemerkényi A., Szabó P. (2005): Az Európai Unió, Cartographia Kiadó, Budapest
Palánkai T. (2004): Az európai integráció gazdaságtana, Aula Kiadó, Budapest
Horváth Gy. (1998): Európai regionális politika, Dialóg-Campus Kiadó, Pécs-Budapest
Kengyel Ákos (szerk.): Az Európai Unió közös politikái, Akadémiai Kiadó. Budapest, 2010

TTTBE0040
Környezettani alapismeretek
1+0 óra, 1+0 kredit, K
Tárgyfelelős: Dr. Nagy Sándor Alex
Előfeltétele: nincs

A környezettani szemléletmód, a populációk. Globális környezeti rendszerek és problémák. Kontinentális, globális, lokális és regionális környezetközpontú gondolkodás. Élő és élettelen környezeti tényezők. A környezeti rendszerek állapota, védelme. Fenntarthatóság, energiahatékonyság, az anyagok újrahasznosítása, ökológiai lábnyom. A globális éghajlatváltozás és hatása a bioszférára. Környezeti problémák, környezetterhelés, biológiai indikáció és biodiverzitás. A Föld, mint élettér, a levegő, a víz és a talaj. A természet és a társadalom.
Irodalom:
Mészáros Ernő 2001: A környezettudomány alapjai, Akadémiai Kiadó, Budapest, 210 pp
Kerényi Attila 2003: Környezettan, Környezetvédelmi és Vízügyi Minisztérium, Budapest, 470 pp
Kiss Ferenc 2011: Környezettani alapismeretek, TÁMOP 4.1.2-08/1A, Multimédiás tananyag, Nyíregyházi Főiskola, 164 pp

Alkalmazott matematikus specializáció kötelező tárgyak

TTMBE0109
Számelmélet alkalmazásai
2+0 óra, 3+0 kredit, K
Tárgyfelelős: Dr. Hajdu Lajos
Előfeltétele: TTMBE0106

Bonyolultságelméleti alapfogalmak. Néhány alapvető algoritmus és bonyolultságuk. Valós számok racionális számokkal való approximálhatósága, Dirichlet tétele. Liouville tétele, transzcendens szám konstrukciója. Lánctörtek és tulajdonságaik. Véges és végtelen lánctörtek. Approximáció lánctörtek segítségével. Az LLL-algoritmus és néhány alkalmazása. Pszeudoprímek és tulajdonságaik. Carmichael-számok és szerepük a valószínűségi prímtesztekben. Euler-pszeudoprímek és tulajdonságaik. A Soloway-Strassen valószínűségi prímteszt. Erős pszeudoprímek és tulajdonságaik. A Miller-Rabin valószínűségi prímteszt. Determinisztikus prímtesztek, a Wilson-tétel, az Agrawal-Kayal-Saxena teszt ismertetése. A születésnap-paradoxon és a Pollard-féle ρ–módszer. Fermat-faktorizáció. Faktorizáció faktorbázis segítségével. Lánctört-faktorizáció.
Irodalom:
Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2004.
Sárközy András, Surányi János: Számelmélet – feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.
Neal Koblitz: A Course in Number Theory and Cryptography, Springer Verlag, 1994.
Ivan Niven, Herbert S. Zuckerman: Bevezetés a számelméletbe, Műszaki Kiadó, Budapest, 1978.
Nigel Smart: The Algorithmic Resolution of Diophantine Equations, London Mathematical Society Student Text 41, Cambridge University Press, 1998.

TTMBG0110
Algebrai és számelméleti algoritmusok
0+3 óra, 0+3 kredit, Gy
Tárgyfelelős: Dr. Tengely Szabolcs
Előfeltétele: TTMBE0106

Lineáris algebra és alkalmazásai SageMath felhasználásával, Berlekamp algoritmus, Shamir-féle titokmegosztás. Rácsok, az LLL-algoritmus alkalmazásai. Számelméleti függvények SageMath-ban, lineáris diofantikus egyenletek, Frobenius probléma. Génusz nullás és egyes görbék vizsgálata.
Irodalom:
Victor Shoup: A Computational Introduction to Number Theory and Algebra, Cambridge University Press, 2005
William Stein: Elementary Number Theory: Primes, Congruences, and Secrets, Springer-Verlag, 2008

TTMBE0111, TTMBG0111
Kriptográfia alapjai
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Bérczes Attila
Előfeltétele: TTMBE0109

Alapvető kriptográfiai fogalmak. Szimmetrikus, aszimmetrikus kriptorendszerek. Eltolásos, lineáris rendszer, DES, AES. Az RSA ismertetése, elemzése biztonsági szempontból. A diszkrét logaritmus probléma, algoritmusok a diszkrét logaritmus probléma megoldására. A diszkrét logaritmus problémán alapuló nyilvános kulcsú kriptorendszerek. Elliptikus görbe alapú kriptorendszerek. Alapvető kriptográfiai protokollok. Digitális aláírás. PGP bemutatása.
Irodalom:

Ködmön József: Kriptográfia, Computerbooks, Budapest, 1999.
J. Buchmann: Einführung in die Kryptographie, Springer, 1999.
N. Koblitz: A Course in Number Theory and Cryptography, Springer, 1987.

TTMBE0209, TTMBG0209
Numerikus analízis
3+2 óra, 4+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Fazekas Borbála
Előfeltétele: TTMBE0102, TTMBE0203

A gépi számítás jellegzetességei, hibaterjedés. Nevezetes mátrix transzformációk lineáris rendszerek, illetve sajátérték feladatok megoldására. Gauss-elimináció és változatai: algoritmusai, műveletigénye, főelemkiválasztás, nem teljes Gauss-elimináció. Mátrixok felbontásai: Schur-komplementer, LU-felbontás, LDU-felbontás, Cholesky-felbontás, QR-felbontás. Lineáris és nemlineáris rendszerek iterációs megoldásai: Gauss-Seidel iteráció, gradiens módszer, konjugált gradiens módszer, Newton-módszer, lokális és globális konvergencia, kvázi-Newton-módszer, Levenberg–Marquardt algoritmus, Broyden-módszer. Sajátérték feladatok megoldása: hatványmódszer, inverz iteráció, eltolás, QR-módszer. Interpolációs és approximációs feladatok: Lagrange- és Hermite-interpoláció, spline interpoláció, Csebisev-approximáció. Kvadratúraformulák: Newton-Cotes formulák, Gauss-kvadratúra. Közönséges differenciálegyenletek numerikus módszerei: Euler-módszer, Runge-Kutta módszerek, véges differencia eljárások, végeselem módszer.
Irodalom:
Stoyan Gisbert: Numerikus módszerek I, Typotex Kiadó, Budapest, 2002.
Móricz Ferenc: Numerikus analízis I, Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.
Móricz Ferenc: Numerikus analízis II, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1993.
A. A. Szamarszkij: Bevezetés a numerikus módszerek elméletébe, Tankönyvkiadó, Budapest, 1989.

TTMBG0210
Analízis számítógéppel
0+3 óra, 0+3 kredit, Gy
Tárgyfelelős: Dr. Fazekas Borbála
Előfeltétele: TTMBE0203

A Maple; adattípusok, egyszerű for-ciklusok, függvények megadása. Függvényvizsgálat; folytonosság, határérték, zérushelyek, szélsőértékek, feltételes szélsőértékek. Differenciálás, integrálás és numerikus integrálás. Egyszerű kvadratúra képletek programozása. Differenciálegyenletek megoldása analitikus módszerekkel és a megoldások megjelenítése. Differenciálegyenletek megoldása numerikus módszerekkel, Runge–Kutta-képletek programozása. Vektorok, mátrixok megadási módjai. Vektor- és mátrixműveletek, mátrixfelbontások. Lineáris egyenletrendszerek megoldása direkt és iteratív módszerekkel. Grafikus eszközök két dimenzióban: ábrák készítése, forgatás, tükrözés, parametrizált görbék. Grafikus eszközök három dimenzióban: kétváltozós függvények, térgörbék, felületek, testek. Animációk készítése, geometriai és fizikai problémák illusztrálása. Görbeillesztés; Lagrange- és Hermite-interpoláció, Bezier-görbék és spline-interpoláció. For-ciklus és while-ciklus, feltételes elágazások. Egyszerű procedúrák írása: prímkeresés, rekurzív függvények, oszthatósági problémák. Összetett procedúrák írása: numerikus differenciálás és integrálás, függvényközelítés, ortogonális polinomok és differenciálegyenletek.
Irodalom:
Heck, A.: Bevezetés a Maple használatába, JGYTF Kiadó, Szeged, 1999.
Klincsik M., Maróti Gy.: Maple: nyolc tételben a matematikai problémamegoldás művészetéről, Livermore, Békéscsaba, 2006.
Molnárka Gy., Gergó L., Wettl F., Horváth A., Kallós G.: A Maple V és alkalmazásai, Springer Verlag, Budapest, 1996.

TTMBE0211, TTMBG0211
Gazdasági matematika
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Mészáros Fruzsina
Előfeltétele: TTMBE0204

Jövőérték és jelenérték számítás, diszkontált jelenérték és befektetési projektek. Költségvetési korlát, a költségvetési egyenes változása, fogyasztói preferenciák, preferenciarendezés. Közömbösségi görbék, helyettesítési határarány, hasznosság, hasznossági függvények, Cobb-Douglas preferenciák, határhaszon. Optimális választás, fogyasztói kereslet, keresleti függvények, inverz keresleti függvény, piaci kereslet, rugalmasság. Állandó rugalmasságú keresletek, rugalmasság és határbevétel, határbevételi görbék, jövedelemrugalmasság. Termelési függvények, helyettesítési határráta. CES tulajdonság, Cobb–Douglas-típusú termelési függvény és tulajdonságai, Arrow–Chenery–Minhas–Solow-típusú termelési függvény. Kétszemélyes játékok egyensúlyi pontjai, legjobbválasz-leképezés, Bertrand- és Cournot-féle duopóliumok játékelméleti modellje. Egyéni és társadalmi preferenciák, társadalmi jóléti függvény. Arrow lehetetlenségi tétele. Konzisztens aggregáció, biszimmetria egyenlet. A jövedelemeloszlás befolyásolása, folyamatos jövedelemáramlás diszkontált jelenértéke, Lorenz-görbe, Gini-együttható. Leontieff-modellek.

Irodalom:

Knut Sydsaeter, Peter I. Hammond: Matematika közgazdászoknak, Aula Kiadó, 2006.
Hal R. Varian: Mikroökonómia középfokon, KJK-KERSZÖV Kiadó, 2001.
Zalai Ernő: Matematikai közgazdaságtan, KJK-KERSZÖV Kiadó, 2000.

TTMBG0308
Komputergeometria
0+3 óra, 0+3 kredit, Gy
Tárgyfelelős: Dr. Nagy Ábris
Előfeltétele: TTMBE0302

Az ábrázoló geometria analitikus módszerei: vetítések analitikus geometriája, ortogonális és ferde axonometria, centrális projekció, centrál-axonometria. Görbék és felületek modellezése. Hermite-, Bézier-, B-szplájn görbék és felületek. Poliéderek reprezentációja.

Irodalom:

Bácsó Sándor, Hoffmann Miklós: Fejezetek a geometriából. EKF Líceum Kiadó, Eger, 2003.
Kurusa Á., Szemők Á.: A számítógépes ábrázoló geometria alapjai, Polygon, 1999.
E. M. Mortensen: Geometric Modeling, Wiley Computer Publishing, 1997.

TTMBE0606, TTMBG0606
Algoritmusok
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Györkös-Varga Nóra
Előfeltétele: TTMBE0107

A programnyelvek osztályozása. Többkarakteres szimbólumok. Adattípusok. Utasítás típusok. Ciklusok. Alprogramok. Az algoritmusok szerepe a számításokban. Függvények, függvények rekurzív megadása. Valószínűségi elemzés. Véletlenített algoritmusok. A kupac, kupacrendezés. Gyorsrendezés. Rendezés lineáris időben. Elemi adatszerkezetek.

Irodalom:

T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, C. Stein: Új algoritmusok, Scolar, Budapest, 2003.
Juhász István: Programozás 1 (http://docplayer.hu/10844109-Juhasz-istvan-programozas-1.html)

TTMBE0607, TTMBG0607
Lineáris programozás
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Mészáros Fruzsina
Előfeltétele: TTMBE0102

Lineáris programozási feladatra vezető problémák. Konvex poliéderek extremális pontjai, szimplex algoritmus és geometriája, érzékenységvizsgálat. Dualitás. Szállítási és hozzárendelési modell, hálózati modellek. Speciális lineáris programozási modellek.

Irodalom:

Ronert Vanderbei: Linear Programming, Foundations and Extensions, Kluwer Academic Publishers, 1998.
Dinitris Bertsimas, John Tsitsiklis: Introduction to Linear Optimization, Athena Scientific Series in Optimization and Neural Computation, 1997.
Bajalinov Erik, Imreh Balázs: Operációkutatás, Polygon, 2005.

TTMBE0608, TTMBG0608
Nemlineáris optimalizálás
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Páles Zsolt
Előfeltétele: TTMBE0204

Normált és Banach-terek. Lineáris és multilineáris függvények terei. A normált terekbeli differenciálszámítás alapelemei. Gateaux- és Fréchet-derivált és ezek kalkulusa. Erős és folytonos Gateaux- és Fréchetdifferenciálhatóság és ezek kapcsolatai. Inverzfüggvény tétel. Szélsőérték problémákra vonatkozó Fermat-elv és Lagrange-féle multiplikátor tétel. Magasabb rendű Gateaux- és Fréchet- differenciálhatóság. Young-tétel és Taylor-tétel. Szélsőérték-problémák másodrendű szükséges és elegendő feltételei. A variációszámítás első rendű alapfeladatai gyenge és erős extrémummal. Funkcionálok deriváltjának kiszámítása. Du Bois–Reymond-lemma. A gyenge extrémum elsőrendű Euler–Lagrange-féle szükséges feltétele, másodrendű szükséges és elegendő feltételei. A variációszámítás magasabb rendű alapfeladatai és az erre vonatkozó Euler–Lagrange-egyenlet. Az erős extrémum Weierstrass-féle szükséges és elegendő feltételei.

Irodalom:

Dacorogna, B.: Introduction to the Calculus of Cariations, Imperial College Press, London, 2014.
Durea, M.; Strugariu, R.: An Introduction to Nonlinear Optimization Theory, De Gruyter Open, Berlin, 2014.
Ioffe, A.D.; Tihomirov, V. M.: Theory of Extremal Problems. Studies in Mathematics and its Applications, 6. North-Holland Publishing Co., Amsterdam-New York, 1979.
Jahn, J.: Introduction to the Theory of Nonlinear Optimization, Springer Verlag, Berlin, 2007.

TTMBG0403
Statisztika számítógéppel
0+2 óra, 0+2 kredit, Gy
Tárgyfelelős: Dr. Sikolya-Kertész Kinga
Előfeltétele: TTMBE0401

Leíró statisztikák, adatvizualizáció, szimulációs technikák, hipotézisvizsgálat, szórásanalízis, regresszióanalízis.

Irodalom:

Bevezetés a matematikai statisztikába (egyetemi jegyzet, szerk.: Fazekas István), Debrecen, 2003.
P. Dalgaard: Introductory Statistics with R. Springer, 2008.

Matematikus specializáció kötelező tárgyak

TTMBE0108
Fejezetek a számelméletből
2+1 óra, 4+0 kredit, K
Tárgyfelelős: Dr. Györkös-Varga Nóra
Előfeltétele: TTMBE0106

Diofantikus approximáció és lánctörtek. Lineáris rekurzív sorozatok, a Binet-formula, generátorfüggvények. Pell-egyenletek és kapcsolatuk lánctörtekkel, kvadratikus számtestekkel és rekurzív sorozatokkal. A megoldáshalmaz szerkezete. Polinomiális diofantikus egyenletek, megoldhatóságuk, a Hasse-elv. A Fermat egyenlet; az n=4 eset részletes tárgyalása. A Fermat egyenlet megoldhatatlansága n=3 esetén. Számelméleti függvények konvolúciója. Számelméleti függvények átlagfüggvénye, a d(n), σ(n), φ(n) átlagfüggvénye. Az additív számelmélet elemei. Összeghalmazok Z-ben és maradékosztály-gyűrűkben. Sidon-halmazok és -sorozatok.

Irodalom:

Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2006.
Erdős Pál, Surányi János: Válogatott fejezetek a számelméletből, Polygon, Szeged, 2004.
Gareth A. Jones, J. Mary Jones: Elementary Number Theory, Springer, London, 2005.
Sárközy András, Surányi János: Számelmélet – feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.
Melvyn B. Nathanson: Additive Number Theory – Inverse Problems and the Geometry of Sumsets, Springer, 1996.

TTMBE0207, TTMBG0207
Bevezetés a funkcionálanalízisbe
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Gát György
Előfeltétele: TTMBE0204

Metrikus terek, metrikus topológia, egyenlőtlenségek metrikus térben. Kompakt halmazok metrikus tereken, Hausdorff kompaktsági tétele, következményei. Sűrű halmazok, szeparábilis metrikus terek. Baire kategória tétele és következményei. Stone-tétel és következményei; Weierstrass I. és II. tétele. Szeminormák lineáris téren, tulajdonságaik, a Zorn-lemma. A Hahn–Banach-tétel kiterjesztési alakja és következményei; Banach-limesz, Bohnenblust–Sobczyk-tétel. Normált terek, Banach terek, abszolút konvergens sorok, Schauder bázis. Az lineáris és korlátos lineáris operátorok tere, lineáris operátor folytonosságának és korlátosságának kapcsolata, additív és folytonos operátor homogenitása. A korlátos lineáris operátorok terének teljessége, a Hahn–Banach-tétel lineáris normált terekben. A Hahn–Banach-tétel elválasztási alakja. Nyílt leképezések tétele, Banach tétele a korlátos inverzről. Ekvivalens normák Banach tereken és véges dimenziós lineáris normált tereken, a zárt gráf tétel. Egyenletes korlátosság tétele, Banach–Steinhaus I. és II. tétele, Banach téren értelmezett folytonos lineáris operátorok pontonkénti konvergenciája.

Irodalom:

Járai A.: Modern alkalmazott analízis, Typotex Könyvkiadó, 2007.
A. A. Kirillov, A. D. Gvisiani: Feladatok a funkcionálanalízis köréből, Tankönyvkiadó, 1985.
A. N. Kolmogorov, Sz. V. Fomin: A függvényelmélet és a funkcionálanalízis elemei, Műszaki Könyvkiadó, 1981.
Losonczi L.: Funkcionálanalízis I, Tankönyvkiadó, 1982.
Riesz F., Szőkefalvi-Nagy B.: Funkcionálanalízis, Tankönyvkiadó, 1988.

TTMBE0208
Komplex függvénytan
2+1 óra, 4+0 kredit, K
Tárgyfelelős: Dr. Nagy Gergő
Előfeltétele: TTMBE0203

Komplex számok, Riemann-féle számgömb, komplex számsorozatok. Komplex számtest teljessége. Lineáris törtfüggvények tulajdonságai, előállítása. Síkbeli tartományok, összefüggőség. Komplex függvények differenciálhatósága, differenciálhatóság kapcsolata a folytonossággal és a műveletekkel. Cauchy-Riemann-egyenletek. Konvergenciatételek hatványsorokra. Hatványsorok differenciálhatósága. Elemi függvények, alapvető tulajdonságaik. Elemi függvények deriváltjai. Pályamenti integrál fogalma, tulajdonságai. Konvergenciatételek pályamenti integrálra. Pálya indexe. Goursat lemma, Cauchy-féle integráltétel lokális és homotóp változata, nullhomotóp görbék. Holomorf függvények primitív függvénye. Lokális hatványsorba fejthetőség. Morera tétel. Cauchy-féle integrálformulák. Cauchy-féle integrálbecslés. Liouville tétel. Az algebra alaptétele. Cauchy-féle integráltétel és integrálformulák homológ változata. Holomorf függvények zérushelyei. Egyértelműségi tétel. Maximum tétel. Taylor-sorok, Laurent-sorok. Analitikus függvények izolált szinguláris helyei. Az izolált szinguláris helyek jellemzései. Casorati–Weierstrass-tétel és megfordítása. A reziduum-tétel, az argumentum elv és a Rouché-tétel.

Irodalom:

J. Duncan: Bevezetés a komplex függvénytanba, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1974.
Petruska György: Komplex függvénytan, Tankönyvkiadó, Budapest, 1983.
Száz Árpád: Komplex függvénytan, Tankönyvkiadó, Budapest, 1977.
Szőkefalvi-Nagy Béla: Komplex függvénytan, Tankönyvkiadó, Budapest, 1966.

TTMBE0305, TTMBG0305
Nemeuklideszi geometriák
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Szilasi Zoltán
Előfeltétele: TTMBE0301, TTMBE0302

Affin és projektív síkok axiómái. Affin síkok (például az euklideszi sík) projektív bővítése. A dualitás elve. A projektív síkok vektortér-modellje, homogén koordináták. Perspektivitások (centrális vetítések) és projektivitások. Pont- és sugárnégyes kettősviszonya, a Papposz-Stener tétel. Desargues és Papposz tételei. Teljes négyszög, teljes négyoldal, harmonikus pont- és sugárnégyesek. Kollineációk, a projektív geometria alaptétele. Centrális kollineációk és alkalmazásaik. A valós projektív sík másodrendű görbéi, projektív osztályozás. A Steiner-tétel. Pascal és Brianchon tételei. Pólus és poláris. A párhuzamossági axióma jelentősége, a hiperbolikus geometria felfedezése. A hiperbolikus síkgeometria Cayley-Klein-modellje, a Poincaré-féle körmodell és félsíkmodell. Az egybevágósági transzformációk leírása a modellekben. A hiperbolikus síkgeometria néhány elemi tétele: merőlegesség, háromszög-geometria. Gömbi geometria: távolságmérés a gömbön, gömbháromszögekkel kapcsolatos tételek. Elliptikus metrika.

Irodalom:

Szilasi Zoltán: Bevezetés a projektív geometriába, 2012.
Szilasi Zoltán: Geometriák és modelljeik, 2012.
H. S. M. Coxeter: Projektív geometria, Gondolat, 1986.
Csikós Balázs, Kiss György: Projektív geometria, Polygon, 2011.
Kurusa Árpád: Nemeuklideszi geometriák, Polygon, 2009.
Reiman István: Geometria és határterületei, Szalay Kft., 2001.

TTMBE0306, TTMBG0306

Konvex geometria
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Vincze Csaba
Előfeltétele: TTMBE0102

Affin és konvex halmazok, affin és konvex burkoló, az affin és konvex halmazok analitikus leírása. Az affin halmazok struktúratétele. Carathéodory tétele és következményei. A színezett Carathéodory-tétel. A Radon-lemma és Helly tétele. A Helly-tétel alkalmazásai: lefedési tételek. Szeparálási tételek és támaszhipersíkok. A Krein-Milmann tétel. Kirchberger szeparálási tétele. Támaszfüggvény és Minkowski-funkcionál. Poláris halmaz. Konvex politópok. Euler poliédertétele. Szabályos testek. A Cauchy-féle merevségi tétel. Konvex függvények analízise: folytonosság és egyoldali iránymenti derivált. A minimumhely létezésének elsőrendű feltétele. A Fermat-pont (izogonális pont) és általánosításai: a Vázsonyi-féle tétel.
Irodalom:
S. R. Lay: Convex Sets and Their Applications, John Wiley & Sons, Inc., 1982.
R. Schneider: Convex Bodies: The Brunn-Minkowski Theory, Cambridge University Press, 1993.
A. C. Thompson: Minkowski Geometry, Cambridge University Press, 1996.
F. A. Valentine: Convex Sets, New York, 1964.
Vincze Csaba: Convex Geometry, University of Debrecen, 2013, TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0025.

TTMBE0307, TTMBG0307
Bevezetés a topológiába
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Muzsnay Zoltán
Előfeltétele: nincs

Topológia alapvető fogalmai, nyílt és zárt halmazok. Megszámlálhatósági axiómák, szeparabilitás. Bázis és lokális bázis, bázisok jellemzése. Topológia konstrukciója. Szétválaszthatósági axiómák. Folytonosság. Teljesen reguláris és normális terek. Uriszon-lemma, metrikus terek regularitása. Összefüggőség, útösszefüggőség. Térkonstrukciók: altér, faktortér, szorzattér. Kompaktság. Tyihonov tétele kompakt terek szorzatáról. Homotópia, hurkok, fundamentális csoport. Példák.
Irodalom:
Gacsályi Sándor: Bevezetés az általános topológiába (jegyzet)
J. L. Kelley: General Topology. 1957, Princeton.
V. G. Boltyanszkij, V. A. Jefremovics: Szemléletes topológia, Tankönyvkiadó, Budapest, 1977.
E. M. Patterson: Topológia, Tankönyvkiadó, Budapest, 1974.

TTMBE0603, TTMBG0603
Halmazelmélet és matematikai logika
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Figula Ágota
Előfeltétele: TTMBE0201

Naiv és axiomatikus halmazelmélet. Halmazok megadása, halmazműveletek, hatványhalmaz. Halmazok ekvivalenciája. Számosságok és összehasonlításuk, műveletek számosságokkal. Kiválasztási axióma. Rendezett halmazok, hasonlóság, rendtípusok. Jólrendezett halmazok, tulajdonságai, rendszámok és összehasonlításuk. Transzfinit indukció és rekurzió. Kiválasztási axióma ekvivalensei. Jólrendezési tétel. Számosságok tulajdonságai. A számosságok aritmetikájának alaptétele. A hatványfüggvény tulajdonságai. Kijelentéslogika, az ítéletkalkulus formulái, igazságfüggvényük. Konjunktív és diszjunktív normálforma. Elsőrendű nyelvek. Struktúrák, formulák igazsága. Helyettesítés. A következmény fogalma. Prenex alak. A levezethetőség fogalma. Modellelméleti alapfogalmak. Löwenheim-Skolem-tételek. Gödel kompaktsági tétele. Alkalmazások. Rekurzív függvények. Church és Gödel tételei.
Irodalom:
Hajnal András, Hamburger Péter: Halmazelmélet. Tankönyvkiadó, 1983.
Komjáth Péter: Halmazelmélet, egyetemi jegyzet, Budapest, 2007.
Csirmaz László: Matematikai logika. egyetemi jegyzet, Budapest, 1994.
Ruzsa Imre: Bevezetés a modern logikába. Osiris Kiadó, Budapest, 2001.
Urbán János: Matematikai logika. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1983 (példatár).
P. R. Halmos, L. E. Sigler: Elemi halmazelmélet. Halmazelméleti feladatok. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1981.
Totik Vilmos: Halmazelméleti feladatok és tételek. Polygon, Szeged, 1997.
H. D. Ebbinghaus, J. Flum, W. Thomas: Mathematical Logic. Springer, 1984.

TTMBG0604
Bevezetés a matematikai programcsomagok használatába
0+2 óra, 0+2 kredit, Gy
Tárgyfelelős: Dr. Tengely Szabolcs
Előfeltétele: TTMBE0102, TTMBE0202

A SageMath programcsomag segítségével a matematika több területéről (algebra, analízis, gráfelmélet, kombinatorika, számelmélet) származó érdekes problémák megoldása, szemléltetése.
Irodalom:
Gregory V. Bard: Sage for Undergraduates

TTMBE0605, TTMBG0605
Bonyolultságelmélet
2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy
Tárgyfelelős: Dr. Pongrácz András
Előfeltétele: TTMBE0107

Rendezési algoritmusok, dinamikus programozás. Gráfok adatszerkezetei, alapvető gráfalgoritmusok. Véges automaták, reguláris nyelvek. Pumpálási lemma. Turing-gépek, Univerzális Turing-gép, diagonalizálás. A megállási probléma. Algoritmikus visszavezetés, Rice-tétel. A dominóprobléma eldönthetetlensége. RAM gép és Turing-gép ekvivalenciája. Tár- és időbonyolultsági osztályok. Effektív Church-Turing tézis. Lineáris gyorsítási tétel, hézagtétel. Nemdeterminisztikus Turing-gépek és bonyolultsági osztályok, kapcsolatuk. Orákulumos Turing-gép, Savitch tétele. Tanú és tanúnyelv fogalma. NP két definíciója, azok ekvivalenciája. Polinomiális visszavezetés, NP-teljesség. Cook tétele SAT és 3-SAT NP-teljességéről. SAT-3 NP-teljes, 2-SAT∈P. 3-színezhetőség. Néhány további klasszikus kombinatorikai probléma NP-teljessége. A részletösszeg probléma. Hamilton-kör keresése gráfokban és az utazó ügynök probléma. Véletlen algoritmusok, Schwartz-lemma, alkalmazások.
Irodalom:
Lovász László: Algoritmusok bonyolultsága. 2014, Typotex.

Képzési és kimeneti követelmények

1. Az alapképzési szak megnevezése: matematika (Mathematics)

Szakfelelős: Dr. Gát György egyetemi tanár

A szakért felelős kar: Természettudományi és Technológiai Kar

2. Az alapképzési szakon szerezhető végzettségi szint és a szakképzettség oklevélben szereplő megjelölése:

Végzettségi szint: alapfokozat (BSc)
Szakképzettség: matematikus (Mathematician)

3. Képzési terület: természettudomány

4. A képzési idő félévekben: 6 félév

5. Az alapfokozat megszerzéséhez összegyűjtendő kreditek száma: 180 kreditpont

106 kredit közös matematika tárgyak
45 kredit specializáció tárgyak
10 kredit fizika és közismereti tárgyak
10 kredit szakdolgozat
9 kredit szabadon választható tárgyak
a szak orientációja: elméletorientált (60-70 százalék)

Specializációk

Alkalmazott matematikus Specializációfelelős: Dr. Gát György egyetemi tanár
Matematikus Specializációfelelős: Dr. Gát György egyetemi tanár
(Specializációt a hallgatók a 2. félév végén választanak.)

6. A szakképzettség képzési területek egységes osztályozási rendszere szerinti tanulmányi területi besorolása: 461

7. Az alapképzési szak képzési célja, szakmai kompetenciák:
A képzés célja matematikusok képzése, akik olyan elméleti és alkalmazott matematikai ismeretekkel rendelkeznek, melyek képessé teszik őket arra, hogy alapszintű matematikai ismereteiket műszaki, gazdasági, statisztikai és számítógépes területen alkalmazzák, továbbá fekészültek tanulmányaik mesterképzésben történő folytatására.

7.1. Az elsajátítandó szakmai kompetenciák
7.1.1. A matematikus
***a)* tudása**

- Ismeri a matematika alapvető módszereit az analízis, algebra, geometria, véges matematika, operációkutatás és valószínűség-számítás (statisztika) területén.
- Ismeri az elméleti matematika alapvető összefüggéseit az analízis, algebra, geometria, véges matematika, operációkutatás és valószínűség-számítás (statisztika) területén.
- Ismeri a matematika különböző részdiszciplínái közötti alapvető kapcsolatokat.
- Tisztában van az absztrakt fogalmak definiálásának követelményeivel, az alkalmazott problémákban rejlő általános sémákat, fogalmakat felismeri.

- Ismeri a matematikai bizonyítás követelményeit, alapvető módszereit.
- Tisztában van a matematikai gondolkodás sajátos jellemzőivel.

***b)* képességei**

- Képes logikus, igaz matematikai állítások megfogalmazására azok feltételeinek és fontosabb következményeinek pontos megadásával.
- Képes a mennyiségi adatokból minőségi következtetéseket levonni.
- Képes az analízis, algebra, geometria, véges matematika, operációkutatás és valószínűségszámítás (statisztika) területen megszerzett ismereteinek alkalmazására.
- Képes az analízis, algebra, geometria, véges matematika, operációkutatás és valószínűségszámítás (statisztika) területén új összefüggések átlátására, feltárására.
- Képes elvonatkoztatni a problémák konkrét formájától, képes azokat az elemzés és a megoldás érdekében absztrakt, általános formában is megfogalmazni.
- Képes adatgyűjtés céljából kísérleteket tervezni, és az adódó eredményeket matematikai és informatikai eszközökkel elemezni.
- Képes különböző matematikai modellek összehasonlító elemzésére.
- Képes a matematikai elemzések eredményeit idegen nyelven és az informatika eszközeit felhasználva hatékonyan kommunikálni.
- Képes a rutin szakmai problémákat felismerni, azok elméleti és gyakorlati megoldásához az elérhető könyvtári és elektronikus szakirodalmat feldolgozni, azt ott elérhető módszereket alkalmazni.

***c)* attitűdje**

- Igénye van matematikai tudásának gyarapítására, új matematikai ismeretek megszerzésére, kompetenciák elsajátítására, kifejlesztésére.
- Törekszik a matematikai ismereteinek minél szélesebb körű alkalmazására.
- A megszerzett matematikai ismeretei alkalmazásával törekszik a megfigyelhető jelenségek minél alaposabb megismerésére, törvényszerűségeinek leírására, megmagyarázására.
- Matematikai ismeretei felhasználásával törekszik a természettudományos érvelésre.
- Nyitott a más szakterületek sajátos problémáinak felismerésére, az ott dolgozó szakemberekkel való szakmai együttműködésre, a szakterület-specifikus problémák matematikai átfogalmazására.
- Nyitott a matematikai továbbképzés irányában.

***d)* autonómiája és felelőssége**

- A matematika részdiszciplínáiban elsajátított alapvető ismeretei felhasználásával képes önállóan matematikai kérdések megfogalmazására, azok elemzésére.
- Felelősen értékeli a matematikai eredményeket, azok alkalmazhatóságát, alkalmazhatósági korlátait.
- Tisztában van a matematikai tudományos kijelentések értékével, azok alkalmazhatóságával, korlátaival.
- Képes a matematikai elemzések eredményeiből következő önálló döntések meghozatalára.
- Tudatában van annak, hogy matematikai munkáját a legmagasabb etikai normák megtartásával, magas minőséggel kell végeznie.
- A matematika területeihez tartozó elméleti, illetve gyakorlati kutatási feladatait megfelelő iránymutatás mellett önállóan végzi.

8. Az alapképzés jellemzői

8.1. Szakmai jellemzők:

Algebra és számelmélet; analízis, differenciálegyenletek, komplex függvénytan; geometria, topológia, differenciálgeometria; kombinatorika, gráfelmélet, algoritmuselmélet, halmazelmélet, matematika alapjai; valószínűségszámítás, statisztika, operációkutatás és optimalizálás; alkalmazott matematika és informatika

8.2. Idegennyelvi követelmények:

A matematika alapképzési szakos hallgatók számára az oklevél megszerzésének feltétele egy államilag elismert legalább középfokú (B2 szintű) komplex (C típusú, azaz szóbeli+írásbeli) nyelvvizsga az angol, francia, német, olasz, orosz, spanyol nyelvek valamelyikéből. Képesítési követelmény a szaknyelvi félév teljesítése is.