

# B.Sc. szakdolgozati témahirdetés, 2021

## DE TTK MATEMATIKAI INTÉZET

Ssz.	Oktató	Témacím	Nyelv	Megjegyzés
1.	Bazsó András	<i>Osztók száma és összege a középiskolában</i>		
2.	Bessenyei Mihály	<i>Téma a lineáris programozás elméletéből*</i>		
3.	Boros Zoltán	<i>Majdnem periodikus függvények</i>		Függvények ábrázolását és vizsgálatát támogató program(csomag)ok ismerete hasznos lehet, de nem feltétlenül szükséges.
4.	Burai Pál	<i>Téma a konvex optimalizálás köréből</i>	angol	
5.	Fazekas Borbála	<i>Lineáris egyenletrendszerek megoldásának numerikus módszerei</i>	angol előny, de nem szükséges	
6.	Fazekas Borbála	<i>Spline-ok</i>	angol előny, de nem szükséges	
7.	Fazekas István	<i>A véletlen bolyongás</i>	angol	
8.	Fazekas István	<i>Gépi tanulás</i>	angol	Python vagy Matlab programcsomag
9.	Figula Ágota	<i>Kódolás és dekódolás Reed-Solomon kód segítségével</i>	Német nyelvtudás előnyt jelent, de nem kötelező.	
10.	Gaál István	<i>Algebrai számtestek hatvány egész bázisai</i>	angol	algebrai és számelméleti ismeretek, Maple programcsomag ismerete és használata szükséges
11.	Gát György	<i>A Walsh-rendszer vizsgálata komputeralgebrai eszközökkel</i>	angol	Matlab ismerete szükséges
12.	Györkös-Varga Nóra	<i>A repdigit számok néhány tulajdonsága</i>	angol	LaTeX használata kötelező
13.	Kiss Tibor	<i>Konvex és Wright-konvex függvények*</i>	angol	Matematikus BSc
14.	Lovas Rezső	<i>Az egész számok Fürstenberg-féle topológiája</i>	angol	
15.	Muzsnay Zoltán	<i>Fejezetek a felületelméletből</i>	angol	
16.	Nagy Ábris	<i>Teremőr probléma és egyláthatósági problémák a síkon</i>		
17.	Nagy Gergő	<i>Folytonos függvények egyenletes approximációja*</i>	angol	
18.	Novák-Gselmann Eszter	<i>Patologikus függvények a valós analízisben</i>	angol	bármely szakirány
19.	Páles Zsolt	<i>Fixponttételek szemimetrius terekben*</i>		
20.	Pink István	<i>Effektív módszerek diofantikus egyenletek megoldására</i>	angol	Matematika BSc. Maple és/vagy Magma programcsomag alapszintű ismerete
21.	Szilasi Zoltán	<i>A mozgó pontok módszere</i>	angol	
22.	Tengely Szabolcs	<i>Diofantikus egyenletrendszerek*</i>	angol	SageMath + LaTeX
23.	Vincze Csaba	<i>Általánosított bifokális görbék a síkon</i>	angol	a teljesített konvex geometria kurzus előny

A \*-gal megjelölt témák konkrét hallgatóval történt egyeztetés után kerültek meghirdetésre, így foglaltak.

*A szakdolgozati témára történő jelentkezéshez a téma kiírójával történő előzetes egyeztetést és a jelentkezés engedélyezését követően, a TTK honlapjáról letölthető jelentkezési lapot (aláírások nélkül) Kovácsné Kiss Adriennek (adrienn.kiss@science.unideb.hu) kell elküldeni e-mailben, legkésőbb 2021. május 8-ig.*

## Témaleírások

1. -
2. -
3. Célunk tulajdonképpen egy régebbi középiskolás versenyfeladat megoldása: az  $f(x) = \sin(x) + \sin(d \cdot x)$  függvény értékészletének meghatározása, ahol  $d \cdot d = 2$ . Áttekintjük az ehhez szükséges számelméleti és függvénytan ismereteket, valamint bemutatjuk ezek alkalmazását ilyen típusú feladatok megoldására. Megvizsgáljuk az eredmény általánosítási lehetőségeit is.
4. -
5. A dolgozat célja a lineáris egyenletrendszerek megoldásának azon numerikus módszereinek a bemutatása, melyek túlmutatnak a bevezető numerikus analízis előadás keretein.
6. A spline függvények olyan szakaszosan definiált függvények, melyek minden szakaszon  $n$ -ed fokú polinomok, az egész értelmezési tartományon pedig  $n - 1$ -szer folytonosan differenciálhatóak. Kedvező tulajdonságaik miatt jól használhatóak függvényközelítésre. A dolgozat célja a spline függvények tulajdonságainak ismertetése.
7. A véletlen bolyongás a valószínűségszámítás klasszikus modellje. Erre vonatkozóan számos érdekes, sőt paradoxonnak tűnő állítás ismert. A szakdolgozatban a jól ismert eredmények (leghosszabb fej széria, arkuszszinusz-törvény,...) bemutatása mellett mód van saját kutatások elkezdésére is.
8. A gépi tanulás gyorsan fejlődő eszköztárából (MLP, CNN, SVM,...) egy konkrét eszköz bemutatása és alkalmazása esettanulmány formájában.
9. A kódelméletben a véges testek játszanak centrális szerepet. A szakdolgozatban ezt a kapcsolatot szeretnénk bemutatni konkrét példákon keresztül, ahol a kódolás és a dekódolás megfelelő paraméterű Reed-Solomon kód segítségével történik.
10. Speciális kis fokú algebrai számtestek esetén keressük azon algebrai egészeket, melyek hatványai egész bázist alkotnak.
11. Különböző lokálisan állandó ortonormált függvényrendszerekre vonatkozó szummációs eljárásokhoz tartozó magfüggvények jellemzése.
12. A téma bő szakirodalommal rendelkezik, ma is kutatott és népszerű. Lehet vizsgálni a repdigit számok kapcsolatát többek között a figurális számokkal, a Fibonacci- és/vagy Lucas-számokkal, vagy a számelméleti függvények viszonyában is érdekes témát adhatnak a legfrissebb (angol nyelvű) szakirodalmat felhasználva.
13. A dolgozatban a hallgató összefoglalja a Wright-konvex függvények osztályára nyert eddigi fontosabb eredményeket, tárgyalja a konvex függvények osztályával való kapcsolatot, továbbá feldolgozza a Wright-konvex függvények dekompozíciós tételét.

Irodalom:

- [1 ] Zs. Páles, An elementary proof for the decomposition theorem of Wright convex functions (2019)
- [2 ] C. T. Ng, Functions generating Schur-convex sums (1987)
- [3 ] E. M. Wright, An Inequality for Convex Functions (1954)

14. Ebben a topológiában az egész számok egy részhalmaza pontosan akkor nyílt, ha minden pontjával együtt tartalmaz egy mindkét irányban végtelen számtani sorozatot. H. Fürstenberg 1955-ben ennek a segítségével szép és meglepő topológiai bizonyítást adott arra, hogy végtelen sok prímszám van. Azóta ez a topológia érdekes és nemtriviális példákat és ellenpéldákat szolgáltatott fontos topológiai fogalmakra. A szakdolgozat keretében áttekintjük több érdekes tulajdonságát, és részletesen foglalkozunk a metrizálhatóság kérdésével.
15. -
16. A teremőr problémát Victor Klee vetette föl először 1973-ban, amikor azt a kérdést tette fel, hogy legalább hány örre van szükség egy  $n$ -oldalú sokszög alaprajzú terem őrzéséhez. A választ Vasek Chvátal adta meg két évvel később, amely szerint az oldalak számának harmada a szükséges örök száma és ennyi ör mindig elegendő is. A problémának azóta számos változata jelent meg. Az erőd probléma esetén a sík egy adott sokszögön kívülre eső tartományának őrzése a feladat, a börtönudvar probléma pedig a sokszög külső és belső pontjainak egyidejű őrzéséhez szükséges örök számának meghatározásáról szól. Ezen felül tehetünk különféle megszorításokat a sokszög alakjára, amelyek közül az egyik legfontosabb a derékszögű sokszögek esete. Ugyanakkor általánosíthatjuk is a problémát azzal, ha például megengedjük, hogy a sokszögek lyukakat tartalmazzanak. A probléma néhány változata könnyen és egyszerű módszerekkel megoldható, míg mások megoldása hosszú és modern matematikai módszereket igényel, továbbá vannak közöttük máig megválaszolatlanok.
17. A szakdolgozat tárgya speciális tulajdonságú függvények közelítése egy adott függvényosztály tagjaival. Ezen problémával kapcsolatosan alapvető kérdés, hogy milyen értelemben vett approximációról van szó. A közelítés különböző fajtáira vonatkozó alapvető ismeretanyag áttekintése után, a dolgozat fő része az egyenletes approximációról szólna, melyben a közelítés úgy valósul meg, hogy a függvényértékek eltérése egy előre adott, globális korlát alatt marad. Ennek középpontjában folytonos függvényekre vonatkozó ilyen approximációval kapcsolatos fontos eredmények, például Weierstrass és Stone tételei állnak.
18. A bevezető analízis kurzusok során a hallgatók több, az analízis szempontjából kiemelkedő fontosságú fogalommal ismerkednek meg, mint például a valós függvények pontbeli folytonossága, illetve differenciálhatósága. Azt viszonylag könnyű megmutatni, hogy a pontbeli differenciálhatóságból következik a pontbeli folytonosság, megfordítva azonban nem. Minden pontban folytonos, de egyetlen pontban sem differenciálható függvényre az első példát (az első ún. patológikus függvény) Weierstrass adta. Ennek a munkának a fő célkitűzése az lenne, hogy a legfontosabb analitikus fogalmak, azok kapcsolatainak tisztázása után, a fentiekhez hasonló, patológikus függvényeket kellene tematikusan összeszedni és a segítségükkel ellenpéldát konstruálni.
19. -
20. A kitűzött téma alapvető célkitűzése, hogy betekintést nyújtson a diofantikus számelmélet bizonyos effektív módszereibe valamint ezek alkalmazásába diofantikus egyenletek megoldására.
21. A projektív algebrai görbékkel és azok fokszámával kapcsolatos előismeretek áttekintése után tárgyalunk, majd diákolimpiai problémákon keresztül bemutatunk egy hatékony feladatmegoldási módszert.
22. Az 1523 szám esetében igaz, hogy  $1 + 5 = 2 \cdot 3$  és  $1 \cdot 5 = 2 + 3$ . Általánosabban itt meg tudunk adni egy egyenletrendszer. A rendszer vizsgálata során be tudunk vetni gráfokat is, a csúcsok a pozitív egészek. Adott  $m$  csúcsból akkor fut él  $n$ -be, ha léteznek olyan pozitív egész  $a, b$  számok, amelyekre  $ab = m$  és  $a + b = n$ . Ebben az irányított gráfban a zárt séták vizsgálata hasznos az egyenletrendszer szempontjából. Például  $6 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 6$  esetében
- $$6 + 1 = 7 \cdot 1$$
- $$7 + 1 = 2 \cdot 4$$
- $$2 + 4 = 2 \cdot 3$$
- $$2 + 3 = 1 \cdot 5$$
- $$1 + 5 = 1 \cdot 6.$$
23. Klasszikus alakzatok (kúpszeletek, Cassini-féle görbe, Apollóniusz-féle körök) általánosításainak geometriai tulajdonságait vizsgáljuk abban az értelemben, hogy a távolságfüggvényt egy folytonos Minkowski-funkcionál származtatja, azaz az egységkör az origót a belsejében tartalmazó, nem feltétlenül centrálszimmetrikus konvex lemez.

Irodalom

Thomas Jahn, Horst Martini, Christian Richter, Bi-and multifocal curves and surfaces for gauges, *Journal of Convex Analysis* 23 (3) (2016), pp. 733-744.